Getal & Ruimte

Uitwerkingen

2 vwo deel 1

Dertiende editie, 2022

Noordhoff Groningen

Auteurs

J. H. Dijkhuis
G. de Jong
H. J. Houwing
J. D. Kuis
F. ten Klooster
S. K. A. de Waal
J. van Braak
J. H. M. Liesting-Maas
M. Wieringa
R. D. Hiele
J. E. Romkes
M. Haneveld
S. Voets
M. Vos
J. M. M. van Haren
B. W. van Laarhoven
R. Meijerink
E. Terlaak

Inhoud

1 Rekenen met letters 4

2 Afstand en oppervlakte 24

3 Lineaire formules en vergelijkingen 79

4 Procenten en diagrammen 112

Algemene vaardigheden 139

1 Rekenen met letters

Voorkennis Letterrekenen

Bladzijde 10

1
a $6a \cdot 7b = 42ab$
b $-3b \cdot 8a = -24ab$
c $2y \cdot -5y = -10y^2$
d $7 \cdot -3pq = -21pq$
e $r \cdot 2p \cdot q = 2pqr$
f $4p \cdot 2p \cdot 3q = 24p^2q$
g $-m \cdot -1 \cdot -n = -mn$
h $-5ab \cdot -3a = 15a^2b$

2
a $3x + 4x = 7x$
b $8y - 6y = 2y$
c $3p + 5p + 9p = 17p$
d $12pq - 5pq = 7pq$
e $-3x + 7x - 3x = x$
f $-6p + 7p - p = 0$

3
a $5xy + 4xy = 9xy$
b $15ab + 40ac$ kan niet
c $4m + 12$ kan niet
d $-2abc + 18abc = 16abc$
e $3def - 8de$ kan niet
f $pq + pq = 2pq$

Bladzijde 11

4
a $6a - 5a = a$
b $6a \cdot 5b = 30ab$
c $6a + 5b$ kan niet
d $10x + 2x = 12x$
e $10x \cdot 2x = 20x^2$
f $10x - 2x = 8x$
g $8p \cdot 7q = 56pq$
h $8p - 7q$ kan niet
i $-8p \cdot 7p = -56p^2$

5
a $4x - 5y + 7x + 3y =$
$11x - 2y$
b $4x - 5y - 7x - 3y =$
$-3x - 8y$
c $-4x - 5y + 7x + 3y =$
$3x - 2y$
d $4a - 7 + 5a =$
$9a - 7$
e $4ab - 3ab + a + 3ab =$
$4ab + a$
f $-p + 8p - 2qr - 9p =$
$-2p - 2qr$

6
a $2x \cdot 8y + 7x \cdot 3y =$
$16xy + 21xy = 37xy$
b $3a \cdot 5b - 9b \cdot a =$
$15ab - 9ab = 6ab$
c $4x \cdot 6 - 5 \cdot 2x =$
$24x - 10x = 14x$
d $-2p \cdot 3q - 3q \cdot 8p =$
$-6pq - 24pq = -30pq$
e $2p \cdot 3q - 3q \cdot 8p =$
$6pq - 24pq = -18pq$
f $3a \cdot 8a + 12a \cdot 2a =$
$24a^2 + 24a^2 = 48a^2$
g $2x \cdot 3x - 3x \cdot -5x =$
$6x^2 + 15x^2 = 21x^2$
h $-4a \cdot 3b \cdot 2c + 25abc =$
$-24abc + 25abc = abc$
i $5 \cdot -2x - 3x \cdot -6x =$
$-10x + 18x^2$

7
a $2a \cdot 7b + 3a \cdot 4b =$
$14ab + 12ab = 26ab$
b $2a + 7b + 3a + 4b =$
$5a + 11b$
c $2 + a + 7 + b =$
$9 + a + b$
d $2a \cdot 7b - 3a \cdot 4b =$
$14ab - 12ab = 2ab$
e $2a \cdot -7b - 3a \cdot -4b =$
$-14ab + 12ab = -2ab$
f $2a \cdot 7a + 3a \cdot 4a =$
$14a^2 + 12a^2 = 26a^2$
g $2a \cdot 8 + 4 \cdot 3a =$
$16a + 12a = 28a$
h $2a + 8 + 4 + 3a =$
$5a + 12$
i $2a + 8 + 4 \cdot 3a =$
$2a + 8 + 12a = 14a + 8$

1.1 Haakjes wegwerken

Bladzijde 12

1
a opp. rechthoek I $= a \cdot b = ab$
opp. rechthoek II $= a \cdot c = bc$
b opp. rechthoek $ABCD$ = opp. rechthoek I + opp. rechthoek II, dus
$a(b + c) = ab + ac$.

2 Lilly en Claire hebben beiden gelijk, want $5 - 2(4x - 6) = 5 - 8x + 12 = 17 - 8x$
en dat is gelijk aan $-8x + 17$.

Bladzijde 13

3
a $-3(a-2b)=-3a+6b$
b $p(3p-6)=3p^2-6p$
c $-\frac{1}{3}(3a-12b)=-a+4b$
d $-4(6ab-9c)=-24ab+36c$
e $-(4m-2n)=-4m+2n$
f $\frac{2}{3}(\frac{1}{2}p-12q)=\frac{1}{3}p-8q$

4
a $5x(7x-2)+3x=$
$35x^2-10x+3x=$
$35x^2-7x$
b $7-(3a-4)=$
$7-3a+4=$
$11-3a$
c $-2(x+5)+8+x=$
$-2x-10+8+x=$
$-x-2$
d $3(a+2b)+5(a+b)=$
$3a+6b+5a+5b=$
$8a+11b$
e $5a(3-b)+3b(2a-7)=$
$15a-5ab+6ab-21b=$
$15a+ab-21b$
f $5(2x-3)-4(x-7)=$
$10x-15-4x+28=$
$6x+13$

5
a $-5x(7y-2)+4y\cdot 9x=$
$-35xy+10x+36xy=$
$xy+10x$
b $2p-(p+4q)-5q=$
$2p-p-4q-5q=$
$p-9q$
c $-x(x+y)-2(x-xy)=$
$-x^2-xy-2x+2xy=$
$-x^2+xy-2x$
d $-3(x-4y)-(x-2y)-13y=$
$-3x+12y-x+2y-13y=$
$-4x+y$

6 opp. balk $=2\cdot 3a\cdot 2b+2\cdot 3a\cdot(4a-5)+2\cdot 2b\cdot(4a-5)$
$=12ab+24a^2-30a+16ab-20b$
$=28ab+24a^2-30a-20b$

7
a $3(2a-b+6)+a=$
$6a-3b+18+a=$
$7a-3b+18$
b $-8(a+2b)-5(3a-2b+2)=$
$-8a-16b-15a+10b-10=$
$-23a-6b-10$
c $-2x(3y-z+3)-y(5z-x)+6x=$
$-6xy+2xz-6x-5yz+xy+6x=$
$-5xy+2xz-5yz$

L1
a $-2x(3y-5)=$
$-6xy+10x$
b $4-7(3a-1)=$
$4-21a+7=$
$11-21a$
c $3(4p+q)+5(p-2q)=$
$12p+3q+5p-10q=$
$17p-7q$
d $5(m+2n)-4(2m-n)=$
$5m+10n-8m+4n=$
$-3m+14n$

8
a Van rechthoek $PQRS$ is de lengte $a+3$ en de breedte $b+2$, dus opp. $PQRS$ = lengte × breedte $=(a+3)\cdot(b+2)$.
b opp. I $=ab$, opp. II $=2a$, opp. III $=3b$ en opp. IV $=6$.
c $(a+3)\cdot(b+2)=ab+2a+3b+6$

Bladzijde 14

9
a $(a+7)(b+9)=$
$ab+9a+7b+63$
b $(x+7)(x+9)=$
$x^2+9x+7x+63=$
$x^2+16x+63$
c $(q+4)(q-5)=$
$q^2-5q+4q-20=$
q^2-q-20
d $(p-4)(q+5)=$
$pq+5p-4q-20$
e $(p+8)(p+8)=$
$p^2+8p+8p+64=$
$p^2+16p+64$
f $(x-1)(x-9)=$
$x^2-9x-x+9=$
$x^2-10x+9$

10
a $(2x+7)(3x+9)=$
$6x^2+18x+21x+63=$
$6x^2+39x+63$
b $(3p-4)(2q+5)=$
$6pq+15p-8q-20$
c $(3a+4)(2a-5)=$
$6a^2-15a+8a-20=$
$6a^2-7a-20$

Bladzijde 15

11 **a** $(a+1)^2 =$
$(a+1)(a+1) =$
$a^2 + a + a + 1 =$
$a^2 + 2a + 1$

b $(x-3)^2 =$
$(x-3)(x-3) =$
$x^2 - 3x - 3x + 9 =$
$x^2 - 6x + 9$

c $(b-5)^2 =$
$(b-5)(b-5) =$
$b^2 - 5b - 5b + 25 =$
$b^2 - 10b + 25$

d $(5y+3)^2 =$
$(5y+3)(5y+3) =$
$25y^2 + 15y + 15y + 9 =$
$25y^2 + 30y + 9$

e $(6m-1)^2 =$
$(6m-1)(6m-1) =$
$36m^2 - 6m - 6m + 1 =$
$36m^2 - 12m + 1$

f $(2-5z)^2 =$
$(2-5z)(2-5z) =$
$4 - 10z - 10z + 25z^2 =$
$4 - 20z + 25z^2$

12 **a** $(a-3)^2 =$
$(a-3)(a-3) =$
$a^2 - 3a - 3a + 9 =$
$a^2 - 6a + 9$

b opp. vierkant =
$(a+5)^2 =$
$(a+5)(a+5) =$
$a^2 + 5a + 5a + 25 =$
$a^2 + 10a + 25$

c opp. vierkant =
$(3a+2)^2 =$
$(3a+2)(3a+2) =$
$9a^2 + 6a + 6a + 4 =$
$9a^2 + 12a + 4$

13 **a** $(2a-1)(2a+1) =$
$4a^2 + 2a - 2a - 1 =$
$4a^2 - 1$

b $(2r-1)(r+2) =$
$2r^2 + 4r - r - 2 =$
$2r^2 + 3r - 2$

c $(3b-1)^2 =$
$(3b-1)(3b-1) =$
$9b^2 - 3b - 3b + 1 =$
$9b^2 - 6b + 1$

d $(3a-b)(2a+3b) =$
$6a^2 + 9ab - 2ab - 3b^2 =$
$6a^2 + 7ab - 3b^2$

e $(2a+6)(a-3) + 2(a+9) =$
$2a^2 - 6a + 6a - 18 + 2a + 18 =$
$2a^2 + 2a$

f $(a-5)^2 - 10(5-a) =$
$(a-5)(a-5) - 10(5-a) =$
$a^2 - 5a - 5a + 25 - 50 + 10a =$
$a^2 - 25$

14 **a** $9a^2 + 30a + 25$ is te schrijven als $9a^2 + 15a + 15a + 25 = (3a+5)(3a+5) = (3a+5)^2$.
Het vierkant heeft dus zijden met lengte $3a + 5$, dus de omtrek is $4(3a+5) = 12a + 20$.

b Er geldt: lengte = 2 × breedte, dus de omtrek = 6 × breedte.
Hieruit volgt: breedte $= \frac{1}{6}(18x+6) = 3x + 1$ en lengte $= 2(3x+1) = 6x + 2$.
Dus opp. rechthoek $= (3x+1)(6x+2)$
$= 18x^2 + 6x + 6x + 2$
$= 18x^2 + 12x + 2$

L2 **a** $(a+5)(a-2) =$
$a^2 - 2a + 5a - 10 =$
$a^2 + 3a - 10$

b $(3b-2)(5b+1) =$
$15b^2 + 3b - 10b - 2 =$
$15b^2 - 7b - 2$

c $(2c-10)^2 =$
$(2c-10)(2c-10) =$
$4c^2 - 20c - 20c + 100 =$
$4c^2 - 40c + 100$

15 Omdat je de uitkomst van het product $(a-3)(2a-1)$ er in zijn geheel nog vanaf moet halen.

Bladzijde 16

16 **a** $(a-3)(a+1) - (a-2)(a+2) =$
$a^2 + a - 3a - 3 - (a^2 + 2a - 2a - 4) =$
$a^2 - 2a - 3 - a^2 - 2a + 2a + 4 =$
$-2a + 1$

b $4(2b-a) - (a-5b)(b-5) =$
$8b - 4a - (ab - 5a - 5b^2 + 25b) =$
$8b - 4a - ab + 5a + 5b^2 - 25b =$
$-17b + a - ab + 5b^2$

c $(2x+3)^2 - (x-1)(-4x+1) =$
$(2x+3)(2x+3) - (-4x^2 + x + 4x - 1) =$
$4x^2 + 6x + 6x + 9 + 4x^2 - x - 4x + 1 =$
$8x^2 + 7x + 10$

d $(5x-6)^2 - (x-8)^2 =$
$(5x-6)(5x-6) - (x-8)(x-8) =$
$25x^2 - 30x - 30x + 36 - (x^2 - 8x - 8x + 64) =$
$25x^2 - 30x - 30x + 36 - x^2 + 8x + 8x - 64 =$
$24x^2 - 44x - 28$

17 **a** opp. blauwe gebied $= (6a+1)(4a+2) - (5a-4)(a+3)$
$= 24a^2 + 12a + 4a + 2 - (5a^2 + 15a - 4a - 12)$
$= 24a^2 + 12a + 4a + 2 - 5a^2 - 15a + 4a + 12$
$= 19a^2 + 5a + 14$

b opp. oranje gebied $= (3x-4)(x+7) - (x+3)(x+3)$
$= 3x^2 + 21x - 4x - 28 - (x^2 + 3x + 3x + 9)$
$= 3x^2 + 21x - 4x - 28 - x^2 - 3x - 3x - 9$
$= 2x^2 + 11x - 37$

18 a $(a + b)(c + d + e) =$
$ac + ad + ae + bc + bd + be$
b $(a + 3)(2a + b + 1) =$
$2a^2 + ab + a + 6a + 3b + 3 =$
$2a^2 + ab + 7a + 3b + 3$
c $(a - 1)(a - 2b + 3) =$
$a^2 - 2ab + 3a - a + 2b - 3 =$
$a^2 - 2ab + 2a + 2b - 3$

19 a $(x + 3)(3x + y + 6) - 3x(x + 4) =$
$3x^2 + xy + 6x + 9x + 3y + 18 - 3x^2 - 12x =$
$xy + 3x + 3y + 18$
b $(a + b)(2a - b - 1) - 2a(3 - a + 0{,}5b) =$
$2a^2 - ab - a + 2ab - b^2 - b - 6a + 2a^2 - ab =$
$4a^2 - 7a - b^2 - b$

20 a $(x + y + 3)^2 =$
$(x + y + 3)(x + y + 3) =$
$x^2 + xy + 3x + xy + y^2 + 3y + 3x + 3y + 9 =$
$x^2 + 2xy + 6x + y^2 + 6y + 9$
b $(x + 2)^3 =$
$(x + 2)(x + 2)(x + 2) =$
$(x^2 + 2x + 2x + 4)(x + 2) =$
$(x^2 + 4x + 4)(x + 2) =$
$x^3 + 2x^2 + 4x^2 + 8x + 4x + 8 =$
$x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

L3 a $(a + 5)(a + 2) - (a + 2)(a - 1) =$
$a^2 + 2a + 5a + 10 - (a^2 - a + 2a - 2) =$
$a^2 + 2a + 5a + 10 - a^2 + a - 2a + 2 =$
$6a + 12$
b $(4x - 1)^2 - (2x - 1)(8x + 2) =$
$(4x - 1)(4x - 1) - (16x^2 + 4x - 8x - 2) =$
$16x^2 - 4x - 4x + 1 - 16x^2 - 4x + 8x + 2 =$
$-4x + 3$

1.2 Herleiden van breuken

Bladzijde 17

21 a $\frac{5a}{6a} = \frac{5 \cdot \cancel{a}}{6 \cdot \cancel{a}} = \frac{5}{6}$ b $\frac{xy}{xz} = \frac{\cancel{x} \cdot y}{\cancel{x} \cdot z} = \frac{y}{z}$

Bladzijde 18

22 Teller en noemer zijn deelbaar door x.
x gedeeld door x is 1 en $3x$ gedeeld door x is 3, dus $\frac{x}{3x} = \frac{1}{3}$.

23 a $\frac{-5b}{10bc} = -\frac{1}{2c}$ b $\frac{-2ac}{-14abc} = \frac{1}{7b}$ c $\frac{-21abc}{-15bcd} = \frac{7a}{5d}$

24 a $\frac{12a}{3} + 5a = 4a + 5a = 9a$ b $\frac{-xy}{y} - \frac{2xz}{z} = -x - 2x = -3x$ c $-\frac{15ac}{3c} - \frac{50ab}{5b} = -5a - 10a = -15a$

L4 a $\frac{9m}{3mn} = \frac{3}{n}$ b $\frac{-12pq}{42qr} = -\frac{2p}{7r}$

Bladzijde 19

25 Omdat je bij het vereenvoudigen van breuken alle termen in de teller en alle termen in de noemer door dezelfde factor moet delen. Sytse deelt in de teller de term 2 niet door de factor a, dus heeft hij geen gelijk.

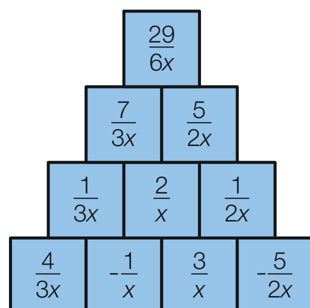
26
a $\frac{4}{3a}+\frac{7}{3a}=\frac{11}{3a}$
b $\frac{5}{2x}-\frac{7}{2x}=-\frac{2}{2x}=-\frac{1}{x}$
c $\frac{1}{x}+\frac{3}{y}=\frac{y}{xy}+\frac{3x}{xy}=\frac{y+3x}{xy}$
d $\frac{5}{a}-\frac{2}{b}=\frac{5b}{ab}-\frac{2a}{ab}=\frac{5b-2a}{ab}$
e $4+\frac{3}{p}=\frac{4p}{p}+\frac{3}{p}=\frac{4p+3}{p}$
f $\frac{8}{q}-\frac{3}{2q}=\frac{16}{2q}-\frac{3}{2q}=\frac{13}{2q}$

27
a $\frac{11a}{2b}-\frac{3a}{2b}=\frac{8a}{2b}=\frac{4a}{b}$
b $3-\frac{2}{x}=\frac{3x}{x}-\frac{2}{x}=\frac{3x-2}{x}$
c $\frac{5}{x}-\frac{3}{2y}=\frac{10y}{2xy}-\frac{3x}{2xy}=\frac{10y-3x}{2xy}$

28
a $\frac{a}{p}+\frac{b}{q}=\frac{aq}{pq}+\frac{bp}{pq}=\frac{aq+bp}{pq}$
b $\frac{2}{x}-x=\frac{2}{x}-\frac{x^2}{x}=\frac{2-x^2}{x}$
c $-\frac{2a}{3b}+\frac{3b}{2a}=-\frac{4a^2}{6ab}+\frac{9b^2}{6ab}=\frac{-4a^2+9b^2}{6ab}$

Bladzijde 20

29



30
a $\frac{x}{2}-\frac{x+4}{3}=$
$\frac{3x}{6}-\frac{2(x+4)}{6}=$
$\frac{3x-2(x+4)}{6}=$
$\frac{3x-2x-8}{6}=$
$\frac{x-8}{6}$

b $\frac{5+a}{5}+\frac{6-a}{a}=$
$\frac{a(5+a)}{5a}+\frac{5(6-a)}{5a}=$
$\frac{5a+a^2+30-5a}{5a}=$
$\frac{a^2+30}{5a}$

c $\frac{a-7}{5}-\frac{3-a}{3}=$
$\frac{3(a-7)}{15}-\frac{5(3-a)}{15}=$
$\frac{3(a-7)-5(3-a)}{15}=$
$\frac{3a-21-15+5a}{15}=$
$\frac{8a-36}{15}$

31
a $\frac{2a}{3}+\frac{a-7}{4}=$
$\frac{8a}{12}+\frac{3(a-7)}{12}=$
$\frac{8a+3a-21}{12}=$
$\frac{11a-21}{12}$

b $\frac{a}{2}-\frac{2a+1}{3}=$
$\frac{3a}{6}-\frac{2(2a+1)}{6}=$
$\frac{3a-2(2a+1)}{6}=$
$\frac{3a-4a-2}{6}=$
$\frac{-a-2}{6}$

c $5+\frac{3x-y}{y}=$
$\frac{5y}{y}+\frac{3x-y}{y}=$
$\frac{4y+3x}{y}$

d $\frac{2a-3}{a}+\frac{8}{3}=$
$\frac{3(2a-3)}{3a}+\frac{8a}{3a}=$
$\frac{6a-9+8a}{3a}=$
$\frac{14a-9}{3a}$

e $\frac{b+3}{b}-\frac{a-1}{a}=$
$\frac{a(b+3)}{ab}-\frac{b(a-1)}{ab}=$
$\frac{a(b+3)-b(a-1)}{ab}=$
$\frac{ab+3a-ab+b}{ab}=$
$\frac{3a+b}{ab}$

f $\frac{x+y}{x}-\frac{x-y}{y}=$
$\frac{y(x+y)}{xy}-\frac{x(x-y)}{xy}=$
$\frac{y(x+y)-x(x-y)}{xy}=$
$\frac{xy+y^2-x^2+xy}{xy}=$
$\frac{2xy+y^2-x^2}{xy}$

32 **a** $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{3}{6}-\frac{2}{6}=\frac{1}{6}$
$\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{4}{12}-\frac{3}{12}=\frac{1}{12}$
$\frac{1}{4}-\frac{1}{5}=\frac{5}{20}-\frac{4}{20}=\frac{1}{20}$
Trek je twee breuken van elkaar af met teller één en waarvan de noemer van de tweede breuk één groter is dan de noemer van de eerste breuk, dan is uitkomst een breuk met teller één en noemer het product van de twee oorspronkelijke noemers.

b $\frac{1}{5}-\frac{1}{6}=\frac{1}{30}$
$\frac{1}{100}-\frac{1}{101}=\frac{1}{10\,100}$

c $\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}=\frac{n+1}{n(n+1)}-\frac{n}{n(n+1)}=\frac{n+1-n}{n(n+1)}=\frac{1}{n(n+1)}$
Je ziet inderdaad dat de uitkomst een breuk is met een teller van één en een noemer die het product is van de twee oorspronkelijke noemers.

L5 **a** $-\frac{7b}{2c}+\frac{3b}{2c}=-\frac{4b}{2c}=-\frac{2b}{c}$

b $\frac{2}{x}-\frac{5}{y}=\frac{2y}{xy}-\frac{5x}{xy}=\frac{2y-5x}{xy}$

c $5-\frac{p}{q}=\frac{5q}{q}-\frac{p}{q}=\frac{5q-p}{q}$

Bladzijde 21

33 **a** $\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$
b $\frac{1}{7}$
c 11
d Het omgekeerde van $3\frac{1}{4}$ oftewel $\frac{13}{4}$ is $\frac{4}{13}$.

34 **a** $\frac{2}{5}:\frac{3}{4}=$
$\frac{2}{5}\cdot\frac{4}{3}=\frac{8}{15}$

b $\frac{7}{8}:3=$
$\frac{7}{8}\cdot\frac{1}{3}=\frac{7}{24}$

c $\frac{2}{3}:\frac{1}{6}=$
$\frac{2}{3}\cdot 6=$
$\frac{12}{3}=4$

d $2\frac{1}{2}:1\frac{2}{3}=$
$\frac{5}{2}:\frac{5}{3}=$
$\frac{5}{2}\cdot\frac{3}{5}=\frac{15}{10}=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$

Bladzijde 22

35 $\frac{9}{q}:\frac{3}{p}=\frac{9}{q}\cdot\frac{p}{3}=\frac{9p}{3q}=\frac{3p}{q}$ en dit is niet gelijk aan $\frac{q}{3p}$, dus Dorien heeft geen gelijk.

36 **a** $\frac{p}{q}\cdot\frac{r}{s}=\frac{pr}{qs}$

b $\frac{p}{q}:\frac{r}{s}=$
$\frac{p}{q}\cdot\frac{s}{r}=\frac{ps}{qr}$

c $\frac{a}{6}\cdot\frac{3b}{c}=\frac{3ab}{6c}=\frac{ab}{2c}$

d $\frac{a}{6}:\frac{3b}{c}=$
$\frac{a}{6}\cdot\frac{c}{3b}=\frac{ac}{18b}$

e $\frac{a}{6}\cdot b=\frac{ab}{6}$

f $\frac{a}{6}:b=$
$\frac{a}{6}\cdot\frac{1}{b}=\frac{a}{6b}$

37 **a** $\frac{2}{x} + \frac{4}{y} =$
$\frac{2y}{xy} + \frac{4x}{xy} = \frac{2y + 4x}{xy}$
b $\frac{2}{x} \cdot \frac{4}{y} = \frac{8}{xy}$
c $\frac{2}{x} : \frac{4}{y} =$
$\frac{2}{x} \cdot \frac{y}{4} = \frac{2y}{4x} = \frac{y}{2x}$
d $\frac{1}{2a} - \frac{4}{b} =$
$\frac{b}{2ab} - \frac{8a}{2ab} = \frac{b - 8a}{2ab}$
e $\frac{1}{2a} \cdot \frac{4}{b} = \frac{4}{2ab} = \frac{2}{ab}$
f $\frac{1}{2a} : \frac{4}{b} =$
$\frac{1}{2a} \cdot \frac{b}{4} = \frac{b}{8a}$

38 **a** $\frac{5x}{2y} \cdot \frac{6x}{y} = \frac{30x^2}{2y^2} = \frac{15x^2}{y^2}$
b $\frac{5x}{2y} : \frac{6x}{y} =$
$\frac{5x}{2y} \cdot \frac{y}{6x} = \frac{5xy}{12xy} = \frac{5}{12}$
c $\frac{5x}{2y} - \frac{6x}{y} =$
$\frac{5x}{2y} - \frac{12x}{2y} = -\frac{7x}{2y}$
d $\frac{a-1}{5} \cdot \frac{a+3}{3} =$
$\frac{(a-1)(a+3)}{15} =$
$\frac{a^2 + 3a - a - 3}{15} =$
$\frac{a^2 + 2a - 3}{15}$
e $\frac{a-1}{5} : \frac{a+3}{3} =$
$\frac{a-1}{5} \cdot \frac{3}{a+3} =$
$\frac{3a - 3}{5a + 15}$
f $\frac{a-1}{5} - \frac{a+3}{3} =$
$\frac{3(a-1)}{15} - \frac{5(a+3)}{15} =$
$\frac{3(a-1) - 5(a+3)}{15} =$
$\frac{3a - 3 - 5a - 15}{15} =$
$\frac{-2a - 18}{15}$

39 **a** $\frac{a-b}{2} : \frac{a+b-1}{3} =$
$\frac{a-b}{2} \cdot \frac{3}{a+b-1} =$
$\frac{3a - 3b}{2a + 2b - 2}$
b $\frac{a-b}{2} - \frac{a+b-1}{3} =$
$\frac{3(a-b)}{6} - \frac{2(a+b-1)}{6} =$
$\frac{3(a-b) - 2(a+b-1)}{6} =$
$\frac{3a - 3b - 2a - 2b + 2}{6} =$
$\frac{a - 5b + 2}{6}$
c $\frac{a-b}{2} \cdot \frac{a+b-1}{3} =$
$\frac{(a-b)(a+b-1)}{6} =$
$\frac{a^2 + ab - a - ab - b^2 + b}{6} =$
$\frac{a^2 - a - b^2 + b}{6}$

L6 **a** $\frac{3}{p} \cdot \frac{2q}{9} = \frac{6q}{9p} = \frac{2q}{3p}$
b $\frac{12}{a} : \frac{4}{b} =$
$\frac{12}{a} \cdot \frac{b}{4} = \frac{12b}{4a} = \frac{3b}{a}$
c $\frac{3a}{b} : \frac{6}{2c} =$
$\frac{3a}{b} \cdot \frac{2c}{6} = \frac{6ac}{6b} = \frac{ac}{b}$

1.3 Machten vermenigvuldigen, optellen en aftrekken

Bladzijde 23

40 $x^4 \cdot x^3 = x^7$

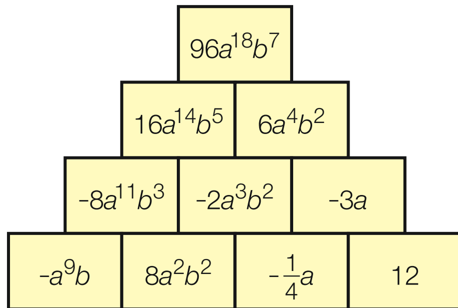
Bladzijde 24

41 **a** $3p^6 \cdot 4p^8 = 12p^{14}$
b $-5q \cdot 2q^2 = -10q^3$
c $8x^6 \cdot -x^4 = -8x^{10}$
d $2x^5 \cdot -5x^2 \cdot -3x^4 = 30x^{11}$
e $10y^3 \cdot -2y \cdot y^5 = -20y^9$
f $-y \cdot -6y \cdot 2y^6 = 12y^8$
g $4x^3 \cdot -7y^2 = -28x^3y^2$
h $6a^5 \cdot -5a^6 = -30a^{11}$
i $9x^5 \cdot 5y^3 = 45x^5y^3$

42 **a** $100p^2 \cdot 2p^{100} = 200p^{102}$
b $3q \cdot -2q \cdot 5q^2 = -30q^4$
c $-5x^2y \cdot 4x^2y = -20x^4y^2$
d $-x^2 \cdot 3x^4 \cdot -5x^2 = 15x^8$
e $-3ab^6 \cdot 6a^2b^5 = -18a^3b^{11}$
f $5a^3 \cdot -3b^7 \cdot -2a = 30a^4b^7$

43 **a** $3a^2b^3 \cdot 5ab^4 = 15a^3b^7$
b $xy^4 \cdot 7x^5y^2 = 7x^6y^6$
c $-2p^3q^8 \cdot 4p^2q^4 = -8p^5q^{12}$
d $-9a^2b \cdot -6ab^2 = 54a^3b^3$
e $3p^7q^5 \cdot 7p^2q = 21p^9q^6$
f $5p^6q^2 \cdot pq = 5p^7q^3$

44



L7 **a** $3a^7 \cdot 5a^4 = 15a^{11}$ **b** $3p^3 \cdot -p^2 \cdot -5p^6 = 15p^{11}$ **c** $-4xy^3 \cdot 6x^2y^3 = -24x^3y^6$

Bladzijde 25

45
a $4a^3 + 5a^3 = 9a^3$
b $4a^3 \cdot 5a^3 = 20a^6$
c $-3a^4 + 5a^4 = 2a^4$
d $-3a^4 \cdot 5a^4 = -15a^8$
e $4b^2 - 10a^5$ kan niet
f $4b^2 \cdot -10a^5 = -40a^5b^2$

46
a $7a^3b + 5a^3b = 12a^3b$
b $5pq^6 - q^6$ kan niet
c $x^5 + 2x^5 - 3x^5 = 0$
d $5x^2y^3 + x^2y^3 = 6x^2y^3$
e $3x^5 + x^3 \cdot 2x^2 =$
$3x^5 + 2x^5 = 5x^5$
f $3x^5(x^3 + 2x^2) =$
$3x^8 + 6x^7$

47
a $5x^2 \cdot 2x + 4x \cdot 3x^2 =$
$10x^3 + 12x^3 = 22x^3$
b $7a^3 \cdot 2a^3 - 3a^2 \cdot a^4 =$
$14a^6 - 3a^6 = 11a^6$
c $6p^8 \cdot 3q^2 + 7q^2 \cdot 5p^8 =$
$18p^8q^2 + 35p^8q^2 = 53p^8q^2$
d $a^3(a^2 + 2a) - a^4 =$
$a^5 + 2a^4 - a^4 = a^5 + a^4$
e $3ab(2a - 3b) + ab^2 =$
$6a^2b - 9ab^2 + ab^2 =$
$6a^2b - 8ab^2$
f $(x^2 + 2)(x^3 - 3) =$
$x^5 - 3x^2 + 2x^3 - 6$

48
a $-8a^2 \cdot -3a^5 + a^6 \cdot -6a =$
$24a^7 - 6a^7 = 18a^7$
b $8x^4 \cdot 4x^4 + 5x^2 \cdot 10x^6 =$
$32x^8 + 50x^8 = 82x^8$
c $8ab^2 \cdot a^3b + 3a^2b \cdot 2a^2b^2 =$
$8a^4b^3 + 6a^4b^3 = 14a^4b^3$
d $(a^2 + 1)(a^3 + 4) =$
$a^5 + 4a^2 + a^3 + 4$
e $(3a^2 + 2)(a^2 - 5) =$
$3a^4 - 15a^2 + 2a^2 - 10 =$
$3a^4 - 13a^2 - 10$
f $(a^5 + 1)^2 =$
$(a^5 + 1)(a^5 + 1) =$
$a^{10} + a^5 + a^5 + 1 =$
$a^{10} + 2a^5 + 1$

49
a $4x^3 \cdot 9y^2 \cdot x^3 \cdot -2y^2 = -72x^6y^4$
b $4x^3 \cdot 9y^2 + x^3 \cdot -2y^2 =$
$36x^3y^2 - 2x^3y^2 = 34x^3y^2$
c $(4x^3 - 9y^2)(x^3 - 2y^2) =$
$4x^6 - 8x^3y^2 - 9x^3y^2 + 18y^4 =$
$4x^6 - 17x^3y^2 + 18y^4$
d $4x^3 \cdot 9y - (x^3 - 2y)^2 =$
$36x^3y - (x^3 - 2y)(x^3 - 2y) =$
$36x^3y - (x^6 - 2x^3y - 2x^3y + 4y^2) =$
$36x^3y - x^6 + 2x^3y + 2x^3y - 4y^2 =$
$40x^3y - x^6 - 4y^2$
e $(4x^3 + 9y)^2 - x^3 \cdot 2y =$
$(4x^3 + 9y)(4x^3 + 9y) - 2x^3y =$
$16x^6 + 36x^3y + 36x^3y + 81y^2 - 2x^3y =$
$16x^6 + 70x^3y + 81y^2$
f $4x^3 - 9y^2 + 2y^2 = 4x^3 - 7y^2$

L8
a $3a^7 + 5a^7 = 8a^7$
b $3x^2y^3 + x^2y^3 = 4x^2y^3$
c $3m^4 - 4m^4 + 7m^4 = 6m^4$
d $6ab^6 - 4b^6$ kan niet
e $3m^7n^4 - 8m^7n^4 = -5m^7n^4$
f $-pq^6 - 2pq^6 = -3pq^6$

1.4 Machten herleiden

Bladzijde 26

50
a $(x^3)^4$ betekent $x^3 \cdot x^3 \cdot x^3 \cdot x^3$, dus $(x^3)^4 = x^{12}$.
b $(x^6)^3$ betekent $x^6 \cdot x^6 \cdot x^6$, dus $(x^6)^3 = x^{18}$.

51 a $(a^2)^3 = a^6$
b $(x^5)^6 = x^{30}$
c $(p^3)^3 = p^9$
d $(n^{10})^2 = n^{20}$
e $(x^2)^6 + (x^3)^4 =$
$x^{12} + x^{12} = 2x^{12}$
f $5x^{18} - 2(x^6)^3 =$
$5x^{18} - 2x^{18} = 3x^{18}$

52 a $a^2 \cdot (a^7)^5 =$
$a^2 \cdot a^{35} = a^{37}$
b $(p^3)^4 \cdot (p^2)^6 =$
$p^{12} \cdot p^{12} = p^{24}$
c $(p^5)^4 + 4(p^2)^{10} =$
$p^{20} + 4p^{20} = 5p^{20}$
d $5x \cdot 3 \cdot (x^5)^4 =$
$15x \cdot x^{20} = 15x^{21}$
e $-2x^6 - 3(x^3)^2 =$
$-2x^6 - 3x^6 = -5x^6$
f $5(x^4)^3 - 7(x^2)^6 =$
$5x^{12} - 7x^{12} = -2x^{12}$

Bladzijde 27

53 a $3^{21} = (3^3)^7 = 27^7$
b $8^{12} = (2^3)^{12} = 2^{36} = (2^4)^9 = 16^9$

L9 a $(a^5)^5 = a^{25}$
b $(x^6)^4 + (x^2)^{12} =$
$x^{24} + x^{24} = 2x^{24}$
c $3(p^{10})^3 \cdot 4p^2 =$
$3p^{30} \cdot 4p^2 = 12p^{32}$

54 a $(3a)^4 = 3a \cdot 3a \cdot 3a \cdot 3a = 3^4 \cdot a^4 = 81a^4$
b $(ab)^4 = ab \cdot ab \cdot ab \cdot ab = a^4b^4$

55 a $(xy)^7 = x^7y^7$
b $(5x)^3 =$
$5^3 \cdot x^3 = 125x^3$
c $(-10a)^2 =$
$(-10)^2 \cdot a^2 = 100a^2$
d $(-p)^6 =$
$(-1)^6 \cdot p^6 =$
$1 \cdot p^6 = p^6$
e $(-3p)^3 =$
$(-3)^3 \cdot p^3 = -27p^3$
f $-(2q)^4 =$
$-2^4 \cdot q^4 = -16q^4$

56 a $(-3x^2)^4 =$
$(-3)^4 \cdot (x^2)^4 = 81x^8$
b $(abc)^4 = a^4b^4c^4$
c $(-2ab)^3 =$
$(-2)^3 \cdot a^3 \cdot b^3 = -8a^3b^3$
d $(-xy)^3 =$
$(-1)^3 \cdot x^3 \cdot y^3 = -x^3y^3$
e $(-5xy^2)^2 =$
$(-5)^2 \cdot x^2 \cdot (y^2)^2 = 25x^2y^4$
f $-(ab^2)^4 =$
$-a^4 \cdot (b^2)^4 = -a^4b^8$

Bladzijde 28

57 a $(-3a^2)^3 \cdot (a^5)^3 =$
$-27a^6 \cdot a^{15} = -27a^{21}$
b $(-2a)^4 \cdot (3a^3)^2 =$
$16a^4 \cdot 9a^6 = 144a^{10}$
c $(pq^2)^3 \cdot (p^3q)^2 =$
$p^3q^6 \cdot p^6q^2 = p^9q^8$
d $(6x^3)^2 + 3(x^2)^3 =$
$36x^6 + 3x^6 = 39x^6$
e $-3(a^2)^4 \cdot (a^3b)^3 =$
$-3a^8 \cdot a^9b^3 = -3a^{17}b^3$
f $-3(a^3)^4 + (-2a^6)^2 =$
$-3a^{12} + 4a^{12} = a^{12}$

58 a $(3xy)^2 + 5x^2y^2 =$
$9x^2y^2 + 5x^2y^2 = 14x^2y^2$
b $(5a^3)^2 - (a^2)^3 =$
$25a^6 - a^6 = 24a^6$
c $(5a^3)^2 \cdot (a^2)^3 =$
$25a^6 \cdot a^6 = 25a^{12}$
d $3(2x^2y)^3 - (5xy)^3 =$
$3 \cdot 8x^6y^3 - 125x^3y^3 =$
$24x^6y^3 - 125x^3y^3$
e $-5(x^4)^3 - (2x^6)^2 =$
$-5x^{12} - 4x^{12} = -9x^{12}$
f $(-5x^3)^4 \cdot (2x^4)^2 =$
$625x^{12} \cdot 4x^8 = 2500x^{20}$

59 a $(2a^3)^4 \cdot -3a^2 \cdot 2a^4 + 18(a^9)^2 - 7(a^3)^2 \cdot -(2a^4)^3 + (-9a^9)^2 - 41a^{18} =$
$16a^{12} \cdot -6a^6 + 18a^{18} - 7a^6 \cdot -8 \cdot a^{12} + 81 \cdot a^{18} - 41a^{18} =$
$-96a^{18} + 18a^{18} + 56a^{18} + 81a^{18} - 41a^{18} = 18a^{18}$
b $7(a^3b^4)^6 - 18(a^9)^2 \cdot -(2b^6)^4 + (3ab)^2 \cdot (2a^3b^4)^2 \cdot -10(a^5b^7)^2 + 5(a^3b^3)^2 \cdot 13(a^2b^3)^6 =$
$7a^{18}b^{24} - 18a^{18} \cdot -16b^{24} + 9a^2b^2 \cdot 4a^6b^8 \cdot -10a^{10}b^{14} + 5a^6b^6 \cdot 13a^{12}b^{18} =$
$7a^{18}b^{24} + 288a^{18}b^{24} - 360a^{18}b^{24} + 65a^{18}b^{24} = 0$

L10 a $(-4a^6)^3 =$
$(-4)^3 \cdot (a^6)^3 = -64a^{18}$
b $(m^2n)^5 =$
$(m^2)^5 \cdot n^5 = m^{10}n^5$
c $-3(pq^2)^3 =$
$-3 \cdot p^3 \cdot (q^2)^3 = -3p^3q^6$

Bladzijde 29

60 **a** $\frac{x^9}{x^5} = x^4$ **b** $\frac{p^5}{p} = p^4$ **c** $\frac{7a^8}{7a^8} = 1$ **d** $\frac{24x^{10}y^4}{-8x^5y} = -3x^5y^3$ **e** $\frac{8y^4z^3}{4y^3z^3} = 2y$ **f** $\frac{25k^{25}}{5k^5} = 5k^{20}$

61 **a** $\frac{9p^8}{3p^6} = 3p^2$
b $p^8 \cdot (p^3)^4 =$
$p^8 \cdot p^{12} = p^{20}$
c $(2x)^6 - 8(x^3)^2 =$
$64x^6 - 8x^6 = 56x^6$
d $\frac{a^8}{(a^2)^4} = \frac{a^8}{a^8} = 1$
e $14x^6 - 13x^6 = x^6$
f $4x^7 \cdot -7x^4 = -28x^{11}$
g $\frac{12(q^3)^4}{(2q^2)^6} =$
$\frac{12q^{12}}{64q^{12}} = \frac{3}{16}$
h $-6b^6 \cdot 5a^7 = -30a^7b^6$
i $12a^5 - 2a^2 \cdot 3a^3 =$
$12a^5 - 6a^5 = 6a^5$

62 **a** $\frac{12p^6q}{4p^5q} = 3p$ **b** $\frac{-8a^5b^2}{-4a^2b} = 2a^3b$ **c** $\frac{5x^{11}y^7}{-x^4y^7} = -5x^7$

63 **a** $(a^2)^5 \cdot a^7 =$
$a^{10} \cdot a^7 = a^{17}$
b $a^2 - 5a^2 = -4a^2$
c $\frac{(a^2)^{10}}{a^5} =$
$\frac{a^{20}}{a^5} = a^{15}$
d $(-3a^2)^4 = 81a^8$
e $a^3 \cdot 3a^5 - 4a^8 =$
$3a^8 - 4a^8 = -a^8$
f $\frac{3(a^5)^3 + 2a^7 \cdot a^8}{(a^3)^5} =$
$\frac{3a^{15} + 2a^{15}}{a^{15}} =$
$\frac{5a^{15}}{a^{15}} = 5$
g $(-5a^5)^3 = -125a^{15}$
h $-(-a^2)^7 - a^{14} =$
$- -a^{14} - a^{14} =$
$a^{14} - a^{14} = 0$
i $\frac{(2a)^3b^2}{2ab} - 5a^2b =$
$\frac{8a^3b^2}{2ab} - 5a^2b =$
$4a^2b - 5a^2b = -a^2b$

Bladzijde 30

64 **a** $a^{3p} \cdot a^{p-2} =$
$a^{3p+p-2} = a^{4p-2}$
b $(a^{p-5})^3 = a^{3p-15}$
c $(a^p)^4 \cdot a^{3p-2} =$
$a^{4p} \cdot a^{3p-2} =$
$a^{4p+3p-2} = a^{7p-2}$
d $\frac{a^{2n+5}}{a^{3n-4}} =$
$a^{2n+5-(3n-4)} =$
$a^{2n+5-3n+4} = a^{-n+9}$
e $a^{2n-1} \cdot a^{n+2} =$
$a^{2n-1+n+2} = a^{3n+1}$
f $\frac{a^{3n+5}}{a^n} =$
$a^{3n+5-n} = a^{2n+5}$

L11 **a** $\frac{12y^{12}}{4y^4} = 3y^8$ **b** $\frac{9n^7}{n^7} = 9$ **c** $\frac{15a^6b^4}{3a^3b} = 5a^3b^3$

65 **a** $\frac{a^5}{a^5} = 1$
b $\frac{a^5}{a^5} = a^{5-5} = a^0$
c $\frac{a^5}{a^5} = 1$, maar ook $\frac{a^5}{a^5} = a^0$. Hieruit volgt dat $a^0 = 1$.
d $\frac{1}{a^5} = \frac{a^0}{a^5} = a^{0-5} = a^{-5}$

Bladzijde 31

66 **a** $\frac{1}{x^6} = x^{-6}$
b $\frac{1}{x} = \frac{1}{x^1} = x^{-1}$
c $\frac{x^5}{x^{15}} = x^{-10}$
d $(x^4)^{-3} = x^{-12}$
e $x^{-3} = \frac{1}{x^3}$
f $8x^{-1} = 8 \cdot \frac{1}{x} = \frac{8}{x}$
g $x^2 \cdot x^{-6} = x^{-4} = \frac{1}{x^4}$
h $(x^2)^{-6} = x^{-12} = \frac{1}{x^{12}}$

67 **a** $\frac{x}{x^{-10}} = x^{1 - -10} = x^{11}$
$\left(\frac{x}{x^3}\right)^2 = (x^{-2})^2 = x^{-4}$
b $5x^{-5} \cdot 2(x^3)^{-1} = 5 \cdot \frac{1}{x^5} \cdot 2x^{-3} = \frac{5}{x^5} \cdot 2 \cdot \frac{1}{x^3} = \frac{10}{x^8}$
$3x^{-3} \cdot \left(\frac{2}{x}\right)^3 = 3 \cdot \frac{1}{x^3} \cdot \frac{8}{x^3} = \frac{24}{x^6}$

68 **a** $\frac{x^{-2}}{(x^5)^{-2}} = \frac{x^{-2}}{x^{-10}} = x^{-2 - -10} = x^8$
$\frac{\left(\frac{1}{x^2}\right)}{x} = \frac{x^{-2}}{x} = x^{-2-1} = x^{-3}$
b $\frac{2}{x^3} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{-3} = \frac{2}{x^3} \cdot (x^{-1})^{-3} = \frac{2}{x^3} \cdot x^3 = 2$
$\left(\frac{x^{-3}}{x^{-9}}\right)^{-1} = (x^{-3 - -9})^{-1} = (x^6)^{-1} = \frac{1}{x^6}$

69 **a** $(2^x + 2^{-x})^2 - (2^x - 2^{-x})^2 =$
$(2^x + 2^{-x})(2^x + 2^{-x}) - (2^x - 2^{-x})(2^x - 2^{-x}) =$
$(2^x)^2 + 2^x \cdot 2^{-x} + 2^{-x} \cdot 2^x + (2^{-x})^2 - ((2^x)^2 - 2^x \cdot 2^{-x} - 2^{-x} \cdot 2^x + (2^{-x})^2) =$
$2^{2x} + 2^0 + 2^0 + 2^{-2x} - 2^{2x} + 2^0 + 2^0 - 2^{-2x} = 4 \cdot 2^0 = 4 \cdot 1 = 4$
b $3^{-1} \cdot (\frac{1}{2})^{-3} - (\frac{2}{3})^{-2} =$
$\frac{1}{3} \cdot (2^{-1})^{-3} - \frac{1}{(\frac{2}{3})^2} =$
$\frac{1}{3} \cdot 2^3 - \frac{1}{(\frac{4}{9})} =$
$\frac{8}{3} - \frac{9}{4} = \frac{32}{12} - \frac{27}{12} = \frac{5}{12}$

L12 **a** $\frac{1}{x^{11}} = x^{-11}$
$\frac{x^4}{x^5} = x^{-1}$
b $x^{-7} = \frac{1}{x^7}$
$5x^{-2} = 5 \cdot \frac{1}{x^2} = \frac{5}{x^2}$

1.5 De wetenschappelijke notatie

Bladzijde 32

70 **a** $5{,}713 \cdot 10^3 = 5713$
$5{,}713 \cdot 10^4 = 57\,130$
$5{,}713 \cdot 10^5 = 571\,300$
b $5{,}713 \cdot 10^7 = 57\,130\,000$

71 **a** $350\,000\,000 = 3{,}5 \cdot 10^8$
b $820 = 8{,}2 \cdot 10^2$
c 65 miljoen $= 65\,000\,000 = 6{,}5 \cdot 10^7$
d $3{,}0 \cdot 10^2 = 300$
e $5{,}29 \cdot 10^5 = 529\,000$
f $1{,}9834 \cdot 10^{10} = 19\,834\,000\,000$

72 **a** $81\,500\,000\,000\,000 = 8{,}15 \cdot 10^{13}$
b $245\,000\,000 = 2{,}45 \cdot 10^8$
c 391 miljoen $= 391\,000\,000 = 3{,}91 \cdot 10^8$

Bladzijde 33

73 a $0{,}000\,000\,32 : 10\,000 = 3{,}2 \times 10^{-11}$
b $\frac{1}{10^{14}} = 1 \times 10^{-14}$

Bladzijde 34

74 a $0{,}000\,86 = 8{,}6 \cdot 10^{-4}$
b $0{,}000\,007\,3 = 7{,}3 \cdot 10^{-6}$
c $0{,}028\,91 = 2{,}891 \cdot 10^{-2}$
d $3{,}67 \cdot 10^{-6} = 0{,}000\,003\,67$
e $1{,}8 \cdot 10^{-12} = 0{,}000\,000\,000\,001\,8$
f $9{,}318 \cdot 10^{-2} = 0{,}093\,18$

75 a $0{,}000\,000\,11 = 1{,}1 \cdot 10^{-7}$
b $0{,}000\,000\,075 = 7{,}5 \cdot 10^{-8}$
c $0{,}0079 = 7{,}9 \cdot 10^{-3}$

76 a $\frac{(2 \cdot 10^7)^5}{(4 \cdot 10^5)^2} = \frac{2^5 \cdot (10^7)^5}{4^2 \cdot (10^5)^2} = \frac{32 \cdot 10^{35}}{16 \cdot 10^{10}} = 2 \cdot 10^{25}$
b $\frac{4 \cdot 10^{-5} + 3 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^3} = \frac{0{,}4 \cdot 10^{-4} + 3 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^3} = \frac{3{,}4 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^3} = 1{,}7 \cdot 10^{-7}$

L13 a $56\,320\,000 = 5{,}632 \cdot 10^7$
b $0{,}002\,89 = 2{,}89 \cdot 10^{-3}$
c $7540 = 7{,}54 \cdot 10^3$
d $0{,}000\,000\,009 = 9 \cdot 10^{-9}$

77 a $0{,}52^{18} \approx 7{,}728 \cdot 10^{-6}$
b $0{,}027^{12} \approx 1{,}501 \cdot 10^{-19}$
c $15^{15} \approx 4{,}379 \cdot 10^{17}$
d $(\frac{3}{7})^{11} \approx 8{,}959 \cdot 10^{-5}$
e $3{,}2^6 \cdot 0{,}38^{19} \approx 1{,}114 \cdot 10^{-5}$
f $0{,}9^6 : (\frac{1}{9})^{13} \approx 1{,}351 \cdot 10^{12}$

Bladzijde 35

78 a Als Manon 14 jaar wordt, is haar leeftijd
$14 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 441\,504\,000 \approx 4{,}42 \cdot 10^8$ seconden.
b 35 kg = 35 000 gram
35 000 : 125 000 000 = 0,000 28
Een zandkorrel weegt $2{,}8 \cdot 10^{-4}$ gram.
c 2400 m = 2,4 km
In 2021 fietsten alle Nederlanders samen $17\,500\,000 \cdot 2{,}4 \cdot 365 \approx 1{,}53 \cdot 10^{10}$ km.
d 7 femtoliter = $7 \cdot 10^{-15}$ liter
300 miljard = $3 \cdot 10^{11}$
$4{,}5 \cdot 3 \cdot 10^{11} \cdot 7 \cdot 10^{-15} = 0{,}00945$
Er zit $9{,}45 \cdot 10^{-3}$ liter bloedplaatjes in het bloed van Sabine.

L14 a $0{,}025^{10} \approx 9{,}54 \cdot 10^{-17}$
b $0{,}31^4 \cdot 23{,}6^{17} \approx 2{,}02 \cdot 10^{21}$
c $8{,}71 \cdot 0{,}38^{16} \approx 1{,}65 \cdot 10^{-6}$

Gemengde opgaven

Bladzijde 36

1 a $2x(5y - 2) + 3x \cdot 2y =$
$10xy - 4x + 6xy =$
$16xy - 4x$
b $(2x - 3)(5x + 1) =$
$10x^2 + 2x - 15x - 3 =$
$10x^2 - 13x - 3$
c $(3 + 10x)^2 =$
$(3 + 10x)(3 + 10x) =$
$9 + 30x + 30x + 100x^2 =$
$9 + 60x + 100x^2$
d $(x - 5)(x - 4) - (x^2 - 1) =$
$x^2 - 4x - 5x + 20 - x^2 + 1 =$
$-9x + 21$
e $x - 5(x - 4) - (5 - 4x) =$
$x - 5x + 20 - 5 + 4x =$
15
f $(x - 2)^2 - 2x(x - 2) =$
$(x - 2)(x - 2) - 2x(x - 2) =$
$x^2 - 2x - 2x + 4 - 2x^2 + 4x =$
$-x^2 + 4$

2 **a** $(2x+5y)(1-2x)-2(x+2x^2)=$
$2x-4x^2+5y-10xy-2x-4x^2=$
$-8x^2+5y-10xy$

b $(3x-2)(x+y)-y(3x-y)=$
$3x^2+3xy-2x-2y-3xy+y^2=$
$3x^2-2x-2y+y^2$

c $(2x+5y)^2-(2y-5x)(2y+5x)=$
$(2x+5y)(2x+5y)-(4y^2+10xy-10xy-25x^2)=$
$4x^2+10xy+10xy+25y^2-4y^2-10xy+10xy+25x^2=$
$29x^2+20xy+21y^2$

d $(x+3x)(2y-7y)-(5x-y)(y+x)=$
$4x\cdot -5y-(5xy+5x^2-y^2-xy)=$
$-20xy-5xy-5x^2+y^2+xy=$
$-24xy-5x^2+y^2$

3 **a** $(2+a)(3a-2b+5)-3b(2a-6-5b)=$
$6a-4b+10+3a^2-2ab+5a-6ab+18b+15b^2=$
$11a+14b+10+3a^2-8ab+15b^2$

b $(1-a)(2a-b-1)-(1+b)(a+2b+6)=$
$2a-b-1-2a^2+ab+a-(a+2b+6+ab+2b^2+6b)=$
$2a-b-1-2a^2+ab+a-a-2b-6-ab-2b^2-6b=$
$2a-9b-7-2a^2-2b^2$

4 oppervlakte $=(3a+5)(2a+7)-(a+1)(a-1)$
$=6a^2+21a+10a+35-(a^2-a+a-1)$
$=6a^2+21a+10a+35-a^2+a-a+1$
$=5a^2+31a+36$

5 **a** $\frac{b}{2a}-\frac{2a}{5b}=$
$\frac{5b^2}{10ab}-\frac{4a^2}{10ab}=\frac{5b^2-4a^2}{10ab}$

b $\frac{b}{2a}\cdot -\frac{2a}{5b}=$
$-\frac{2ab}{10ab}=-\frac{1}{5}$

c $\frac{b}{2a}:-\frac{2a}{5b}=$
$\frac{b}{2a}\cdot -\frac{5b}{2a}=-\frac{5b^2}{4a^2}$

d $\frac{x+2}{y}:\frac{y}{x}=$
$\frac{x+2}{y}\cdot\frac{x}{y}=\frac{x^2+2x}{y^2}$

e $\frac{x+2}{y}+\frac{y}{x}=$
$\frac{x(x+2)}{xy}+\frac{y^2}{xy}=\frac{x^2+2x+y^2}{xy}$

f $\frac{x+2}{y}\cdot\frac{y}{x}=$
$\frac{(x+2)y}{xy}=\frac{x+2}{x}$

g $-\frac{2a}{5b}-\frac{a-1}{5b}=$
$\frac{-2a-(a-1)}{5b}=$
$\frac{-2a-a+1}{5b}=\frac{-3a+1}{5b}$

h $\frac{x+2}{y}-\frac{x-1}{y}=$
$\frac{x+2-(x-1)}{y}=$
$\frac{x+2-x+1}{y}=\frac{3}{y}$

i $\frac{x+2}{x}-\frac{y-1}{y}=$
$\frac{y(x+2)}{xy}-\frac{x(y-1)}{xy}=$
$\frac{y(x+2)-x(y-1)}{xy}=$
$\frac{xy+2y-xy+x}{xy}=\frac{2y+x}{xy}$

6 **a** $3a^4b\cdot -5ab^2=-15a^5b^3$

b $(a^3)^4\cdot 5a^{12}=$
$a^{12}\cdot 5a^{12}=5a^{24}$

c $5(a^3)^2-(3a^2)^3=$
$5a^6-3^3\cdot(a^2)^3=$
$5a^6-27a^6=-22a^6$

d $\frac{20a^{15}}{4a^3}-3(2a^6)^2=$
$5a^{12}-3\cdot 2^2\cdot(a^6)^2=$
$5a^{12}-3\cdot 4\cdot a^{12}=$
$5a^{12}-12a^{12}=-7a^{12}$

e $(-2ab^3)^2-5a^2b^6=$
$(-2)^2\cdot a^2\cdot(b^3)^2-5a^2b^6=$
$4a^2b^6-5a^2b^6=-a^2b^6$

f $\frac{4a^8+11a^8}{3a^3}=$
$\frac{15a^8}{3a^3}=5a^5$

7 **a** $2(5x^3)^2 + (3x^2)^3 =$
$2 \cdot 5^2 \cdot (x^3)^2 + 3^3 \cdot (x^2)^3 =$
$2 \cdot 25 \cdot x^6 + 27 \cdot x^6 =$
$50x^6 + 27x^6 = 77x^6$

b $\dfrac{8x^6y^8}{(-2x^3y^3)^2} =$

$\dfrac{8x^6y^8}{(-2)^2 \cdot (x^3)^2 \cdot (y^3)^2} =$

$\dfrac{8x^6y^8}{4x^6y^6} = 2y^2$

c $3x^2y \cdot -2x^6y^2 + 5x^7 \cdot -xy^3 =$
$-6x^8y^3 - 5x^8y^3 = -11x^8y^3$

d $\dfrac{a-5}{12} : \dfrac{a+1}{7} =$

$\dfrac{a-5}{12} \cdot \dfrac{7}{a+1} = \dfrac{7a-35}{12a+12}$

e $(3x^2 + 1)(1 - 4x^2) =$
$3x^2 - 12x^4 + 1 - 4x^2 =$
$-x^2 - 12x^4 + 1$

f $4 - \dfrac{5a-2b}{b} =$

$\dfrac{4b}{b} - \dfrac{5a-2b}{b} =$

$\dfrac{4b-(5a-2b)}{b} =$

$\dfrac{4b-5a+2b}{b} = \dfrac{6b-5a}{b}$

Bladzijde 37

8 **a** $(2x^6)^2 - 3(x^3)^3 \cdot 2x^3 =$
$2^2 \cdot (x^6)^2 - 3x^9 \cdot 2x^3 =$
$4x^{12} - 6x^{12} = -2x^{12}$

b $(2 - 3x)(2x + y - 4) - 4x(y - \frac{1}{2}x) =$
$4x + 2y - 8 - 6x^2 - 3xy + 12x - 4xy + 2x^2 =$
$16x + 2y - 8 - 4x^2 - 7xy$

c $\dfrac{x-y}{x} - \dfrac{x-y-z}{y} =$

$\dfrac{y(x-y)}{xy} - \dfrac{x(x-y-z)}{xy} =$

$\dfrac{xy-y^2-x(x-y-z)}{xy} =$

$\dfrac{xy-y^2-x^2+xy+xz}{xy} =$

$\dfrac{2xy-y^2-x^2+xz}{xy}$

d $3(xy^2)^3 \cdot 6xy - (xy)^3 \cdot x \cdot (3y^2)^2 =$
$3 \cdot x^3 \cdot (y^2)^3 \cdot 6xy - x^3y^3 \cdot x \cdot 3^2 \cdot (y^2)^2 =$
$3x^3y^6 \cdot 6xy - x^4y^3 \cdot 9y^4 =$
$18x^4y^7 - 9x^4y^7 = 9x^4y^7$

e $(x^2 + 2)(x^4 - 1) - (x^3 + 3)^2 =$
$x^6 - x^2 + 2x^4 - 2 - (x^3 + 3)(x^3 + 3) =$
$x^6 - x^2 + 2x^4 - 2 - (x^6 + 3x^3 + 3x^3 + 9) =$
$x^6 - x^2 + 2x^4 - 2 - x^6 - 3x^3 - 3x^3 - 9 =$
$-x^2 + 2x^4 - 11 - 6x^3$

f $\dfrac{4(a^3b)^4 - (-2a^4b)^3 \cdot b}{12a^3b^4} =$

$\dfrac{4 \cdot (a^3)^4 \cdot b^4 - (-2)^3 \cdot (a^4)^3 \cdot b^3 \cdot b}{12a^3b^4} =$

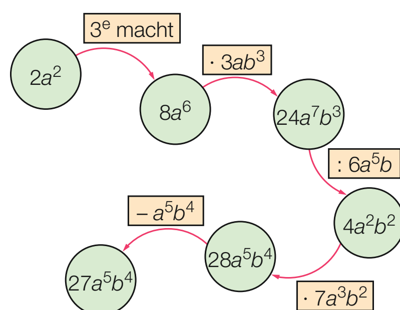
$\dfrac{4a^{12}b^4 + 8a^{12}b^4}{12a^3b^4} = \dfrac{12a^{12}b^4}{12a^3b^4} = a^9$

9 **a** 3 ml = 0,0031
$39 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}003 = 0{,}000\,117$
Je kunt $1{,}17 \cdot 10^{-4}$ gram zuurstof in 3 ml water oplossen.

b 3 cl = 30 ml
$30 : 10^{24} = 3 \cdot 10^{-23}$
Een watermolecuul heeft een volume van $3 \cdot 10^{-23}$ ml.

c 2,5 kg = 2500 gram
$2500 : (1 \cdot 10^{-4}) = 2{,}5 \cdot 10^7$
Dat zijn $2{,}5 \cdot 10^7$ zoutkorrels.

10



11 **a** $\left(\dfrac{x}{x^3}\right)^2 = (x^{-2})^2 = x^{-4}$

b $\left(\dfrac{x^2}{x^{10}}\right)^{-1} = (x^{-8})^{-1} = x^8$

c $\dfrac{x^4}{x^{12}} \cdot x^3 = x^{-8} \cdot x^3 = x^{-5}$

12 **a** $(x^2)^{-6} = x^{-12} = \dfrac{1}{x^{12}}$

b $(2x)^3 \cdot x^{-5} = 8x^3 \cdot x^{-5} = 8x^{-2} = 8 \cdot \dfrac{1}{x^2} = \dfrac{8}{x^2}$

c $\left(\dfrac{1}{x}\right)^{-2} \cdot \dfrac{2}{x^4} = (x^{-1})^{-2} \cdot \dfrac{2}{x^4} = x^2 \cdot \dfrac{2}{x^4} = \dfrac{2x^2}{x^4} = \dfrac{2}{x^2}$

Diagnostische toets

Bladzijde 40

1

a $6(2x + 3y) =$
$12x + 18y$

b $-5a(2a - 7) - 15a =$
$-10a^2 + 35a - 15a =$
$-10a^2 + 20a$

c $6m - 5(2m - 3n) + 4(m - 2n) =$
$6m - 10m + 15n + 4m - 8n = 7n$

d $-2(p - 3q) - (2p - q) =$
$-2p + 6q - 2p + q =$
$-4p + 7q$

2

a $(x + 2)(y + 3) =$
$xy + 3x + 2y + 6$

b $(a + 4)(a - 5) =$
$a^2 - 5a + 4a - 20 =$
$a^2 - a - 20$

c $(2y - 3)(y + 2) =$
$2y^2 + 4y - 3y - 6 =$
$2y^2 + y - 6$

d $(a - 3b)(2a - b) =$
$2a^2 - ab - 6ab + 3b^2 =$
$2a^2 - 7ab + 3b^2$

e $(2n - 5)^2 - 5(5 - 4n) =$
$(2n - 5)(2n - 5) - 25 + 20n =$
$4n^2 - 10n - 10n + 25 - 25 + 20n = 4n^2$

f $(a - 7)^2 - (a + 3)(a - 1) =$
$(a - 7)(a - 7) - (a^2 - a + 3a - 3) =$
$a^2 - 7a - 7a + 49 - a^2 + a - 3a + 3 =$
$-16a + 52$

3

a $\frac{-15ab}{25ac} = -\frac{3b}{5c}$

b $\frac{10mn}{2n} + 4m = 5m + 4m = 9m$

c $\frac{12xy}{4y} - \frac{20xz}{5z} = 3x - 4x = -x$

4

a $\frac{10}{3a} - \frac{4}{3a} = \frac{6}{3a} = \frac{2}{a}$

b $3 - \frac{2}{a} =$
$\frac{3a}{a} - \frac{2}{a} = \frac{3a - 2}{a}$

c $\frac{x}{2y} + \frac{3y}{x} =$
$\frac{x^2}{2xy} + \frac{6y^2}{2xy} = \frac{x^2 + 6y^2}{2xy}$

d $\frac{x}{3} + \frac{x - 5}{2} =$
$\frac{2x}{6} + \frac{3(x - 5)}{6} =$
$\frac{2x}{6} + \frac{3x - 15}{6} = \frac{5x - 15}{6}$

e $\frac{a - 3}{5} + \frac{a + 1}{3} =$
$\frac{3(a - 3)}{15} + \frac{5(a + 1)}{15} =$
$\frac{3a - 9 + 5a + 5}{15} = \frac{8a - 4}{15}$

f $\frac{2a + b}{b} - \frac{a - 1}{a} =$
$\frac{a(2a + b)}{ab} - \frac{b(a - 1)}{ab} =$
$\frac{a(2a + b) - b(a - 1)}{ab} =$
$\frac{2a^2 + ab - ab + b}{ab} = \frac{2a^2 + b}{ab}$

5

a $\frac{2b}{5a} \cdot \frac{10}{c} =$
$\frac{20b}{5ac} = \frac{4b}{ac}$

b $-\frac{12}{x} : \frac{6}{5y} =$
$-\frac{12}{x} \cdot \frac{5y}{6} = -\frac{60y}{6x} = -\frac{10y}{x}$

c $\frac{4}{a} : b =$
$\frac{4}{a} \cdot \frac{1}{b} = \frac{4}{ab}$

d $\frac{8x}{3y} : \frac{3x}{y} =$
$\frac{8x}{3y} \cdot \frac{y}{3x} = \frac{8xy}{9xy} = \frac{8}{9}$

e $\frac{a - 3}{5} \cdot \frac{a - 1}{3} =$
$\frac{a^2 - a - 3a + 3}{15} = \frac{a^2 - 4a + 3}{15}$

f $\frac{a - 3}{5} : \frac{a - 1}{3} =$
$\frac{a - 3}{5} \cdot \frac{3}{a - 1} = \frac{3a - 9}{5a - 5}$

6 a $3a^4 \cdot -5a^3 = -15a^7$
b $-3a^4 + 5a^4 = 2a^4$
c $-2b^5 \cdot 3a^2 = -6a^2b^5$
d $2x^5y^3 - 5x^5y^3 = -3x^5y^3$
e $2p^2q - 5pq^2$ kan niet
f $2x^5 \cdot 3x^3 \cdot 4x = 24x^9$

7 a $6x^5 \cdot 3x + 3x \cdot 5x^5 =$
$18x^6 + 15x^6 = 33x^6$
b $4x^3(x^2 + 5x) - 3x^5 =$
$4x^5 + 20x^4 - 3x^5 =$
$x^5 + 20x^4$
c $4ab^3 \cdot -a^3b^2 + 8a^2b \cdot 4a^2b^3 =$
$-4a^4b^5 + 32a^4b^4$
d $(a^2 - 4)(2a^2 - 3) =$
$2a^4 - 3a^2 - 8a^2 + 12 =$
$2a^4 - 11a^2 + 12$

8 a $(a^5)^3 + 3a^{15} =$
$a^{15} + 3a^{15} = 4a^{15}$
b $(a^2)^8 + 3(a^4)^4 =$
$a^{16} + 3a^{16} = 4a^{16}$
c $3(a^4)^3 - 5(a^2)^6 =$
$3a^{12} - 5a^{12} = -2a^{12}$
d $-2a \cdot 5(a^3)^3 =$
$-2a \cdot 5a^9 = -10a^{10}$

Bladzijde 41

9 a $(5a)^3 =$
$5^3 \cdot a^3 = 125a^3$
b $(-3x)^4 =$
$(-3)^4 \cdot x^4 = 81x^4$
c $(2x^4y)^2 =$
$2^2 \cdot (x^4)^2 \cdot y^2 = 4x^8y^2$
d $(-pq^2)^5 \cdot 2p =$
$(-1)^5 \cdot p^5 \cdot (q^2)^5 \cdot 2p =$
$-1 \cdot p^5 \cdot q^{10} \cdot 2p = -2p^6q^{10}$

10 a $-2(a^3)^2 - (3a^2)^3 =$
$-2a^6 - 3^2 \cdot (a^2)^3 =$
$-2a^6 - 9a^6 = -11a^6$
b $(pq^3)^4 \cdot (p^2q)^3 =$
$p^4 \cdot (q^3)^4 \cdot (p^2)^3 \cdot q^3 =$
$p^4 \cdot q^{12} \cdot p^6 \cdot q^3 = p^{10}q^{15}$
c $-3(a^4)^3 + (2a^4)^3 =$
$-3a^{12} + 2^3 \cdot (a^4)^3 =$
$-3a^{12} + 8a^{12} = 5a^{12}$
d $(3a^5)^3 \cdot -2(a^4)^3 =$
$3^3 \cdot (a^5)^3 \cdot -2a^{12} =$
$27a^{15} \cdot -2a^{12} = -54a^{27}$

11 a $\dfrac{15x^{10}}{3x^2} = 5x^8$
b $\dfrac{-15p^4q^8}{5pq^4} = -3p^3q^4$
c $\dfrac{12x^{18}y^6}{6x^6y^6} = 2x^{12}$
d $\dfrac{16(a^3)^4 + (3a^6)^2}{5a^3} =$
$\dfrac{16a^{12} + 3^2 \cdot (a^6)^2}{5a^3} =$
$\dfrac{16a^{12} + 9a^{12}}{5a^3} = \dfrac{25a^{12}}{5a^3} = 5a^9$

12 a $(x^{-3})^2 \cdot x^5 = x^{-6} \cdot x^5 = x^{-1}$
b $\left(\dfrac{x^2}{x^5}\right)^2 = (x^{-3})^2 = x^{-6}$

13 a $x^{-3} \cdot x^{-4} = x^{-7} = \dfrac{1}{x^7}$
b $3x^{-2} \cdot \dfrac{2}{x^5} = 3 \cdot \dfrac{1}{x^2} \cdot \dfrac{2}{x^5} = \dfrac{6}{x^7}$

14 a $1\,393\,000 = 1{,}393 \cdot 10^6$
b 4,59 miljard $= 4{,}59 \cdot 10^9$
c $0{,}000\,000\,65 = 6{,}5 \cdot 10^{-7}$
d $0{,}000\,000\,005\,1 = 5{,}1 \cdot 10^{-9}$

15 a 4,7 l $= 4{,}7$ dm$^3 = 4{,}7 \cdot 10^3$ cm^3
Het bloed van Chantal bevat $4{,}7 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^9 = 2{,}35 \cdot 10^{13}$ rode bloedcellen.
b Het volume van 5 miljard rode bloedcellen is 45% van 1 cm^3,
dus $0{,}45 \cdot 1000$ mm$^3 = 450$ mm^3.
Het volume van een rode bloedcel is dus 450 : 5 miljard $= \dfrac{450}{5 \cdot 10^9} = 9 \cdot 10^{-8}$ mm^3.

Herhaling

Bladzijde 42

1 **a** $5(a-3)=$
$5a-15$
b $-2(3b-7c)=$
$-6b+14c$
c $-2a(3a-8)=$
$-6a^2+16a$
d $3(a-8)-5(2a-7)=$
$3a-24-10a+35=$
$-7a+11$
e $5a(a-7)-2a(a-1)-3a^2=$
$5a^2-35a-2a^2+2a-3a^2=$
$-33a$
f $-7(a-2)-(a+14)=$
$-7a+14-a-14=$
$-8a$

2 **a** $(a+5)(b-8)=$
$ab-8a+5b-40$
b $(x+7)(x-3)=$
$x^2-3x+7x-21=$
$x^2+4x-21$
c $(2a-1)(3a+5)=$
$6a^2+10a-3a-5=$
$6a^2+7a-5$
d $(a+4)(a-1)-3a(a-1)=$
$a^2-a+4a-4-3a^2+3a=$
$-2a^2+6a-4$
e $(a-5)^2-a(a+2)=$
$(a-5)(a-5)-a^2-2a=$
$a^2-5a-5a+25-a^2-2a=$
$-12a+25$
f $(a+1)(a-2)-(a+2)(a+3)=$
$a^2-2a+a-2-(a^2+3a+2a+6)=$
$a^2-2a+a-2-a^2-3a-2a-6=$
$-6a-8$

3 **a** $\frac{6b}{10ab}=\frac{3}{5a}$
b $\frac{-18p}{12q}=-\frac{3p}{2q}$
c $\frac{20xy}{2y}-5x=10x-5x=5x$
d $\frac{48kl}{8l}-\frac{30km}{10m}=6k-3k=3k$

Bladzijde 43

4 **a** $\frac{4}{x}+\frac{7}{x}=\frac{11}{x}$
b $\frac{15}{4p}-\frac{7}{4p}=\frac{8}{4p}=\frac{2}{p}$
c $\frac{7a}{9b}-\frac{4a}{9b}=\frac{3a}{9b}=\frac{a}{3b}$
d $\frac{3}{p}+\frac{5}{q}=$
$\frac{3q}{pq}+\frac{5p}{pq}=\frac{3q+5p}{pq}$
e $5-\frac{2}{a}=$
$\frac{5a}{a}-\frac{2}{a}=\frac{5a-2}{a}$
f $\frac{5}{2x}-\frac{3}{x}=$
$\frac{5}{2x}-\frac{6}{2x}=-\frac{1}{2x}$

5 **a** $\frac{2x}{3}+\frac{2-x}{4}=$
$\frac{8x}{12}+\frac{3(2-x)}{12}=$
$\frac{8x+6-3x}{12}=$
$\frac{5x+6}{12}$
b $\frac{a-2}{a}-\frac{b-3}{b}=$
$\frac{b(a-2)}{ab}-\frac{a(b-3)}{ab}=$
$\frac{b(a-2)-a(b-3)}{ab}=$
$\frac{ab-2b-ab+3a}{ab}=$
$\frac{-2b+3a}{ab}$
c $\frac{5x-y}{x}-\frac{x-3}{y}=$
$\frac{y(5x-y)}{xy}-\frac{x(x-3)}{xy}=$
$\frac{y(5x-y)-x(x-3)}{xy}=$
$\frac{5xy-y^2-x^2+3x}{xy}$

6 **a** $\frac{5x}{2y}\cdot\frac{3y}{2z}=$
$\frac{15xy}{4yz}=\frac{15x}{4z}$
b $-\frac{3x}{y}:\frac{6}{y}=$
$-\frac{3x}{y}\cdot\frac{y}{6}=$
$-\frac{3xy}{6y}=-\frac{x}{2}$
c $8:\frac{3}{a}=$
$8\cdot\frac{a}{3}=\frac{8a}{3}$

7

a $\frac{a-2}{3} : \frac{a+5}{2} =$
$\frac{a-2}{3} \cdot \frac{2}{a+5} =$
$\frac{2a-4}{3a+15}$

b $\frac{a-2}{3} \cdot \frac{a+5}{2} =$
$\frac{a^2+5a-2a-10}{6} =$
$\frac{a^2+3a-10}{6}$

c $\frac{a+1}{5} : \frac{b+2}{3} =$
$\frac{a+1}{5} \cdot \frac{3}{b+2} =$
$\frac{3a+3}{5b+10}$

8

a $5a^4 + 3a^4 = 8a^4$
b $5a^3 + 3a^4$ kan niet
c $a^5 \cdot a^3 = a^8$
d $8b^5 \cdot 5b^2 = 40b^7$
e $3b^2 \cdot 2a^3 = 6a^3b^2$
f $3p^5 + p^5 = 4p^5$
g $4p^2q^3 - 5p^2q^3 = -p^2q^3$
h $4a^2 \cdot a \cdot -2a^4 = -8a^7$
i $8xy^4 - 8xy^3$ kan niet

Bladzijde 44

9

a $8a^4 \cdot 3a^6 - 2a^5 \cdot 4a^5 =$
$24a^{10} - 8a^{10} = 16a^{10}$

b $7a \cdot -3a^8 - 9a^2 \cdot a^7 =$
$-21a^9 - 9a^9 = -30a^9$

c $4x^2y \cdot xy - 2xy^2 \cdot 3x^2 =$
$4x^3y^2 - 6x^3y^2 = -2x^3y^2$

10

a $p^2(4p^3 - 5) =$
$4p^5 - 5p^2$

b $a^2b(3ab^2 + ab) =$
$3a^3b^3 + a^3b^2$

c $(a^2 - 1)(3a^4 - a^2) =$
$3a^6 - a^4 - 3a^4 + a^2 =$
$3a^6 - 4a^4 + a^2$

d $(x^4 - 2)^2 =$
$(x^4 - 2)(x^4 - 2) =$
$x^8 - 2x^4 - 2x^4 + 4 =$
$x^8 - 4x^4 + 4$

11

a $(a^5)^2 = a^{10}$
b $3a^{30} + (a^3)^{10} =$
$3a^{30} + a^{30} = 4a^{30}$

c $15p^{12} - 2(p^3)^4 =$
$15p^{12} - 2p^{12} = 13p^{12}$
d $3(y^5)^2 + 8y^{10} =$
$3y^{10} + 8y^{10} = 11y^{10}$

e $12(q^3)^4 \cdot 3q^2 =$
$12q^{12} \cdot 3q^2 = 36q^{14}$
f $(a^3)^4 \cdot 3(a^2)^5 =$
$a^{12} \cdot 3a^{10} = 3a^{22}$

12

a $(xy)^2 = x^2y^2$
b $(4a)^3 =$
$4^3 \cdot a^3 = 64a^3$

c $(-2x)^3 =$
$(-2)^3 \cdot x^3 = -8x^3$
d $(2ab)^4 =$
$2^4 \cdot a^4 \cdot b^4 = 16a^4b^4$

e $(-5x^3y)^2 =$
$(-5)^2 \cdot (x^3)^2 \cdot y^2 =$
$25x^6y^2$
f $8p^6 \cdot (2p^3)^2 =$
$8p^6 \cdot 2^2 \cdot (p^3)^2 =$
$8p^6 \cdot 4p^6 = 32p^{12}$

13

a $(-4a^3)^2 \cdot (2a^2)^3 =$
$(-4)^2 \cdot (a^3)^2 \cdot 2^3 \cdot (a^2)^3 =$
$16a^6 \cdot 8a^6 = 128a^{12}$
b $(-4a^3)^2 + (2a^2)^3 =$
$(-4)^2 \cdot (a^3)^2 + 2^3 \cdot (a^2)^3 =$
$16a^6 + 8a^6 = 24a^6$

c $(2a^4)^2 + 5(a^2)^4 =$
$2^2(a^4)^2 + 5a^8 =$
$4a^8 + 5a^8 = 9a^8$
d $(3p^2)^4 \cdot 2p^3 =$
$3^4 \cdot (p^2)^4 \cdot 2p^3 =$
$81p^8 \cdot 2p^3 = 162p^{11}$

e $(-3x^3)^3 \cdot (x^3)^4 =$
$(-3)^3 \cdot (x^3)^3 \cdot x^{12} =$
$-27x^9 \cdot x^{12} = -27x^{21}$
f $(-3x^3)^4 - (x^4)^3 =$
$(-3)^4 \cdot (x^3)^4 - x^{12} =$
$81x^{12} - x^{12} = 80x^{12}$

14

a $\frac{6x^{10}}{2x^5} = 3x^5$
b $\frac{12x^{12}y^8}{4x^4y^5} = 3x^8y^3$

c $\frac{15x^3y^{10}}{5x^3y^6} = 3y^4$
d $\frac{-24p^8q^6}{3p^8q^5} = -8q$

e $\frac{3x^6 + (3x^3)^2}{5x^3} =$
$\frac{3x^6 + 3^2 \cdot (x^3)^2}{5x^3} =$
$\frac{3x^6 + 9x^6}{5x^3} =$
$\frac{12x^6}{5x^3} = \frac{12x^3}{5}$
f $\frac{5(a^3)^2 - (2a^2)^3}{3a^4} =$
$\frac{5a^6 - 2^3 \cdot (a^2)^3}{3a^4} =$
$\frac{5a^6 - 8a^6}{3a^4} =$
$\frac{-3a^6}{3a^4} = -a^2$

Bladzijde 45

15 **a** $\frac{x}{x^9} = x^{-8}$ **b** $(x^{-2})^4 \cdot x = x^{-8} \cdot x = x^{-7}$ **c** $\left(\frac{x^2}{x^3}\right)^3 = (x^{-1})^3 = x^{-3}$

16 **a** $x^2 \cdot x^{-8} =$
$x^{-6} = \frac{1}{x^6}$

b $(2x)^3 \cdot 3x^{-8} =$
$8x^3 \cdot 3x^{-8} =$
$24x^{-5} =$
$24 \cdot \frac{1}{x^5} = \frac{24}{x^5}$

c $\frac{2}{x^4} \cdot \left(\frac{1}{x^5}\right)^{-3} =$
$\frac{2}{x^4} \cdot (x^{-5})^{-3} =$
$\frac{2}{x^4} \cdot x^{15} = \frac{2x^{15}}{x^4} = 2x^{11}$

17 **a** $107\,250 = 1{,}0725 \cdot 10^5$
b $3\,999\,000\,000\,000\,000\,000 = 3{,}999 \cdot 10^{18}$
c $0{,}000\,000\,126 = 1{,}26 \cdot 10^{-7}$
d $0{,}000\,000\,002\,5 = 2{,}5 \cdot 10^{-9}$

18 **a** Reza's bloed bevat $4 \cdot 10^6 \cdot 10^3 = 4 \cdot 10^9$ witte bloedcellen per liter.
b Zijn bloed bevat in totaal $4{,}75 \cdot 4 \cdot 10^9 = 1{,}9 \cdot 10^{10}$ witte bloedcellen.
c Zijn bloed bevat $0{,}01 \cdot 4{,}75 = 0{,}0475$ liter witte bloedcellen.
1 liter = 1 $dm^3 = 10^6$ mm^3, dus dat is $0{,}0475 \cdot 10^6 = 47\,500$ mm^3.
d Het volume van een witte bloedcel van Reza is gemiddeld $\frac{47\,500}{1{,}9 \cdot 10^{10}} = 2{,}5 \cdot 10^{-6}$ mm^3.

Onderzoek **Rechthoeken en producten**

Bladzijde 46

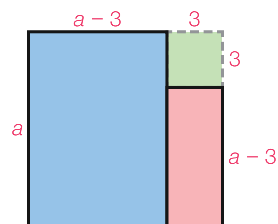
1 **a** Door de zijden die 4 hokjes lang zijn tegen elkaar te leggen ontstaat een 5-bij-4-rechthoek.
b Een 6-bij-3-rechthoek en een 6-bij-2-rechthoek samenvoegen levert een 6-bij-5-rechthoek.
Een 5-bij-2-rechthoek en een 5-bij-2-rechthoek samenvoegen levert een 5-bij-4-rechthoek of een 10-bij-2-rechthoek.
c Je krijgt een 18-bij 3-rechthoek.
d 1 a-bij-b en a-bij-c levert een a-bij-$b + c$-rechthoek.
2 a-bij-b en c-bij-b levert een $a + c$-bij-b-rechthoek.
3 a-bij-c en b-bij-c levert een $a + b$-bij-c-rechthoek.
4 Als we ervan uit gaan dat a, b, c en d vier verschillende getallen zijn, zijn a-bij-b en c-bij-d niet samen te voegen tot een rechthoek.
e De rechthoek die bij 2 ontstaat heeft lengte b en breedte $a + c$.
De oppervlakte van deze rechthoek is dus $b(a + c) = ab + bc$.
Bij 1 hoort $a(b + c) = ab + ac$.
Bij 3 hoort $c(a + b) = ac + bc$.
Bij 4 wordt geen rechthoek gevormd.

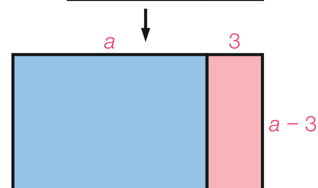
2 **a** Nee, dit kan niet. Het samenvoegen van twee a-bij a-vierkanten levert een $2a$-bij-a-rechthoek, en dit is geen vierkant.
b De twee vierkanten moeten dan dezelfde afmeting hebben. Het samenvoegen van twee a-bij-a-vierkanten levert een $2a$-bij-a-rechthoek.
c Ja, dat kan.
Een a-bij-b-rechthoek samenvoegen met een a-bij-1-strook levert een a-bij-$b + 1$-rechthoek.
d Ja, dat kan.
Een a-bij-b-rechthoek samenvoegen met een b-bij-1-strook levert een $a + 1$-bij-b-rechthoek.

Bladzijde 47

3 **a** De afmeting van de ontstane rechthoek is 5-bij-3.
b De afmeting van die rechthoek is 11-bij-9.
c Als je uitgaat van een a-bij-a-vierkant is de afmeting van de rechthoek $a + 1$-bij-$a - 1$.
d De rechthoek van vraag c bestaat uit $(a + 1)(a - 1) = a^2 - 1$ hokjes.

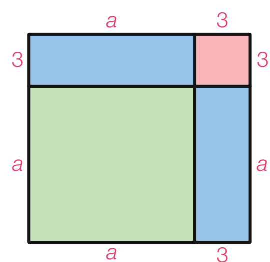
4 De figuur die overblijft na het wegnemen van een 3-bij-3-vierkant is een figuur met $a^2 - 3^2 = a^2 - 9$ hokjes.
Deze figuur is op te delen in een $a - 3$-bij-a-rechthoek en een 3-bij-$a - 3$ rechthoek. Met deze twee rechthoeken kun je een $a + 3$-bij-$a - 3$-rechthoek leggen. Zie de figuur hiernaast.
Hiermee wordt dus het product $(a + 3)(a - 3) = a^2 - 9$ uitgebeeld.



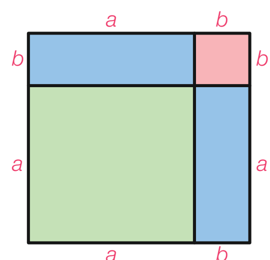


5 **a** De afmetingen van de stroken zijn 6-bij-1.
De afmeting van het nieuwe vierkant is 7-bij-7.
b De afmetingen van de stroken zijn a-bij-1.
De afmeting van het nieuwe vierkant is $a + 1$-bij-$a + 1$.
c $(a + 1)^2 = (a + 1)(a + 1) = a^2 + a + a + 1 = a^2 + 2a + 1$
De lengte van het nieuwe vierkant is $a + 1$ en de breedte ook, dus het nieuwe vierkant bestaat uit $(a + 1)^2 = a^2 + 2a + 1$ hokjes.

6 $(a + 3)^2 = (a + 3)(a + 3)$, zie de figuur hiernaast.
Je kunt $(a + 3)^2 = a^2 + 6a + 9$ uitbeelden met een a-bij-a-vierkant, twee a-bij-3-rechthoeken en een 3-bij-3-vierkant, want
$a^2 + 3a + 3a + 9 = a^2 + 6a + 9$.



7 $(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$, zie de figuur hiernaast.
Je kunt $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ uitbeelden met een a-bij-a-vierkant, twee a-bij-b-rechthoeken en een b-bij-b-vierkant. want
$a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

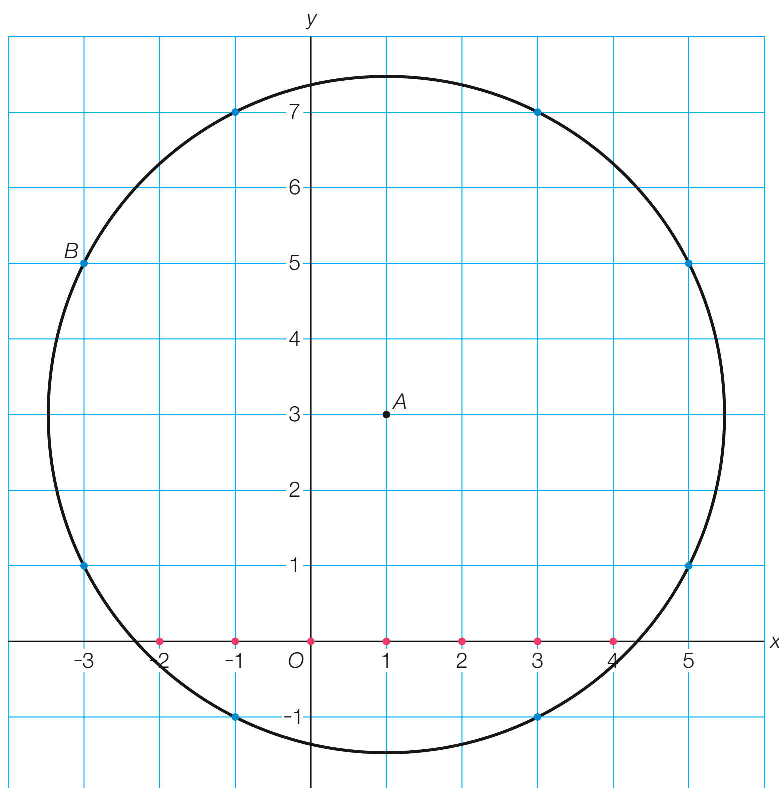


2 Afstand en oppervlakte

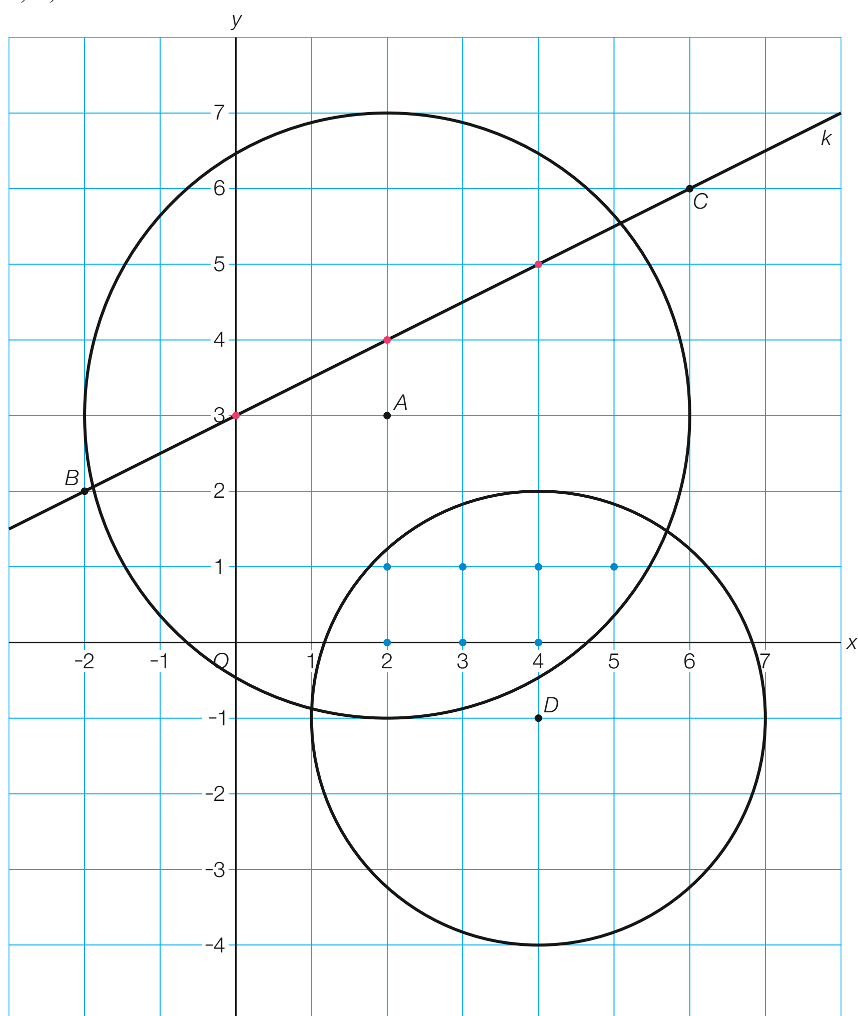
Voorkennis **Cirkels en lijnen**

Bladzijde 50

1 **a**, **b**, **c**

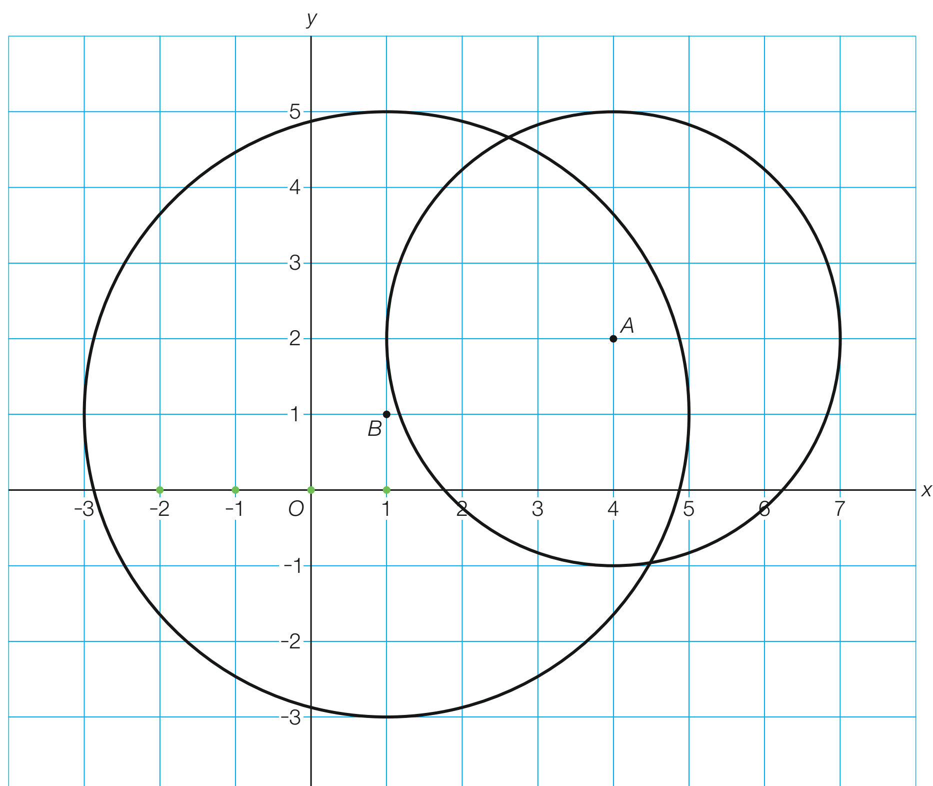


2 **a, b, c, d**



y
x
k
A
B
C
D
O
7
6
5
4
3
2
1
-1
-2
-3
-4
-2
-1
1
2
3
4
5
6
7

3 **a, b**



y
x
A
B
O
5
4
3
2
1
-1
-2
-3
-3
-2
-1
1
2
3
4
5
6
7

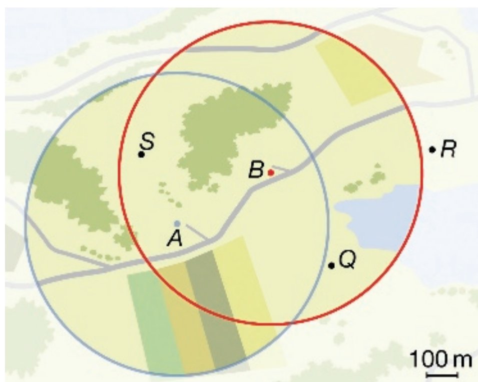
2.1 Afstanden

Bladzijde 51

1 **a** De straal van beide cirkels is 500 meter.

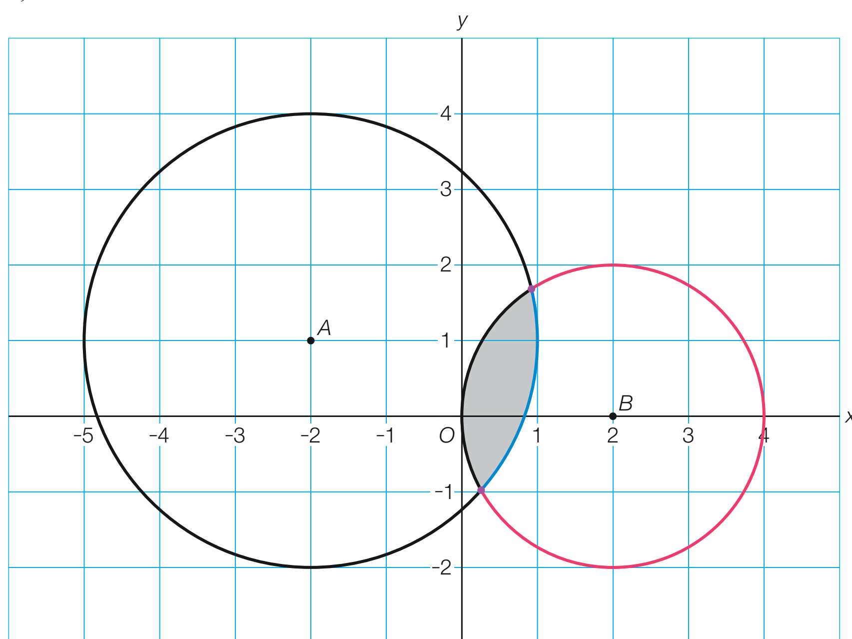
b De windmolen mag wel in R komen te staan, want R bevindt zich op meer dan 500 meter van zowel A als B.

c

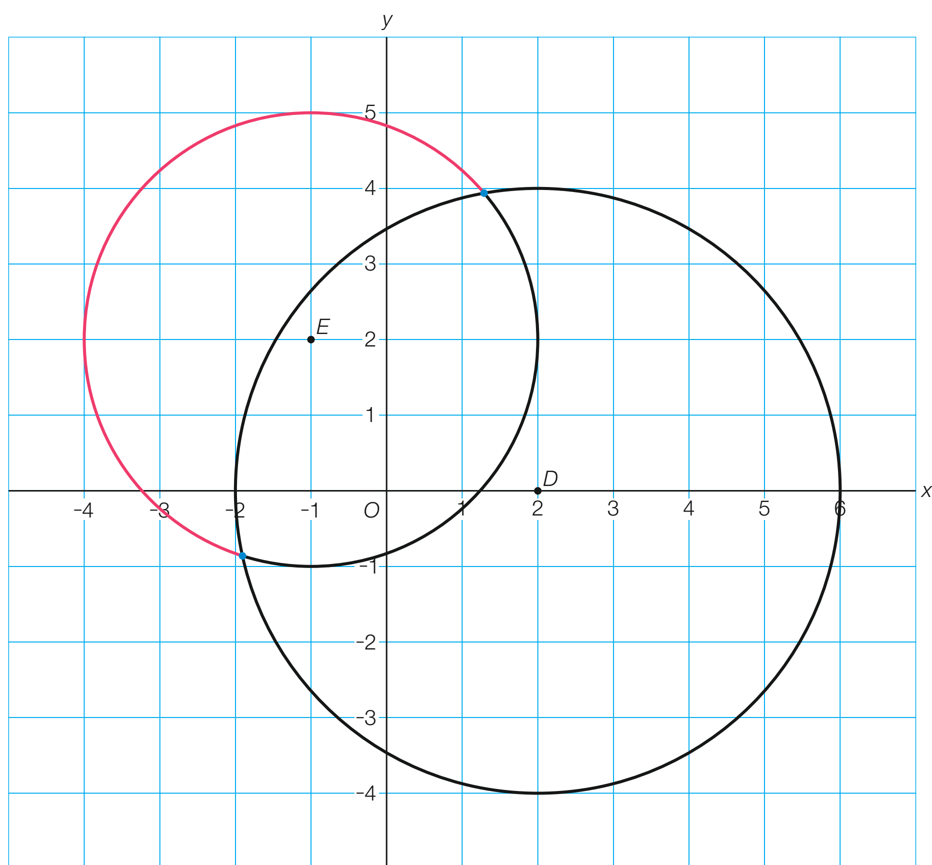


Bladzijde 53

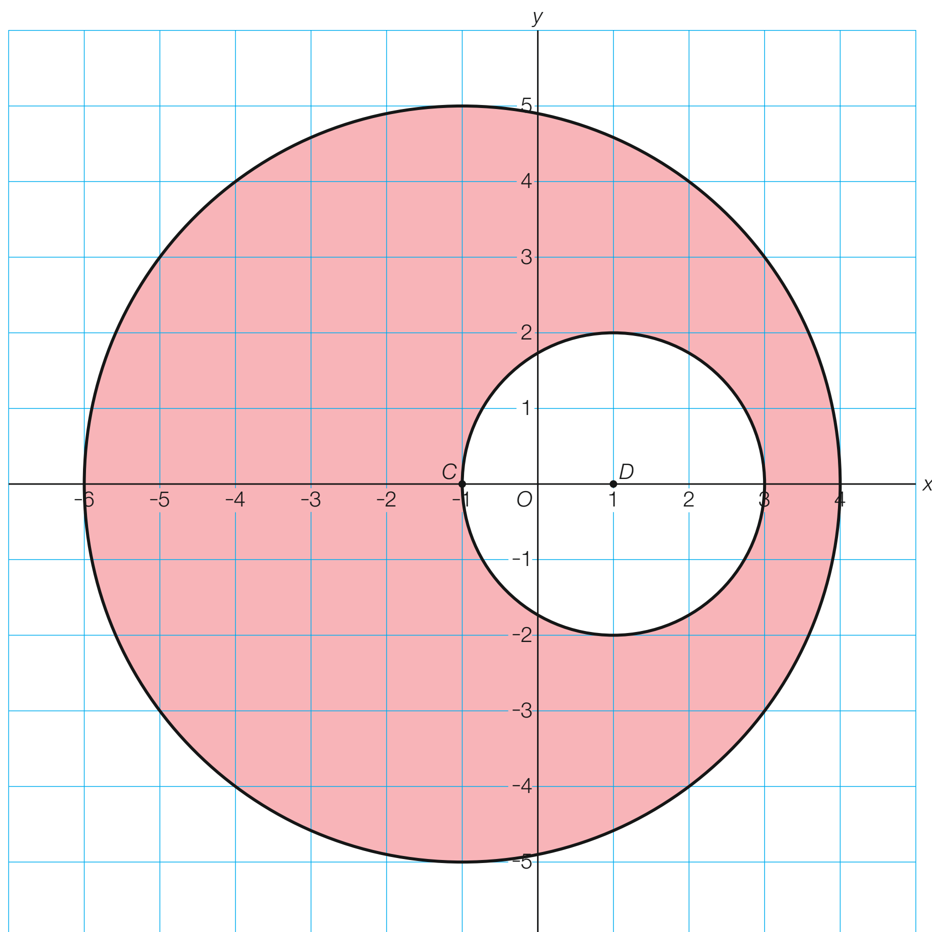
2 **a**, **b**, **c**



3 **a**, **b**



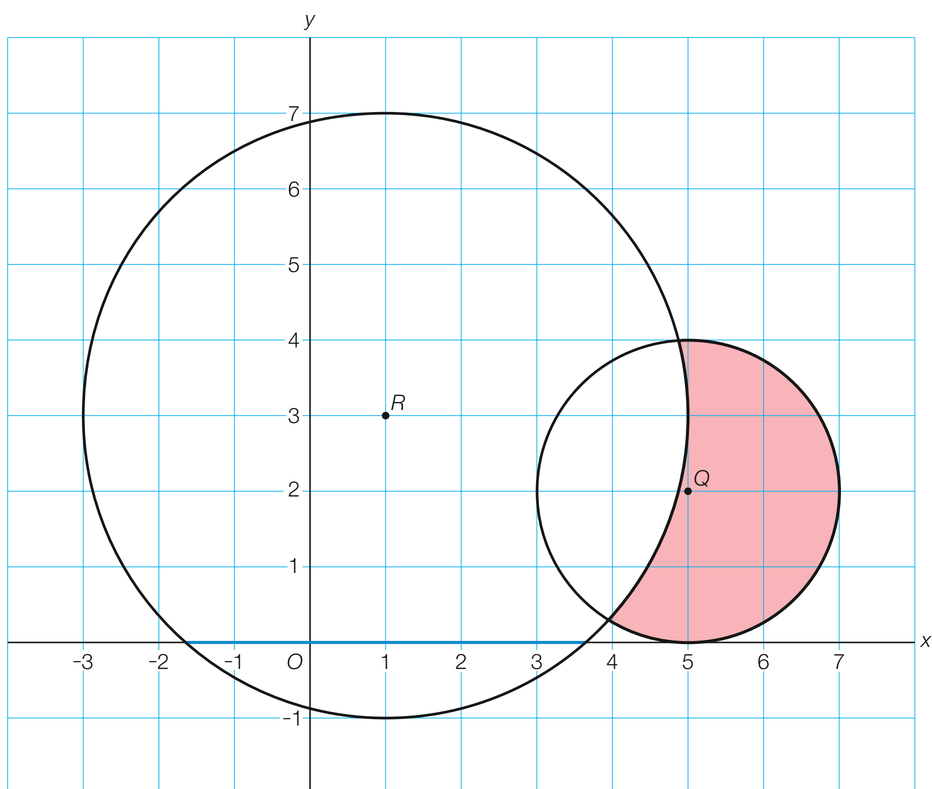
4 **a**



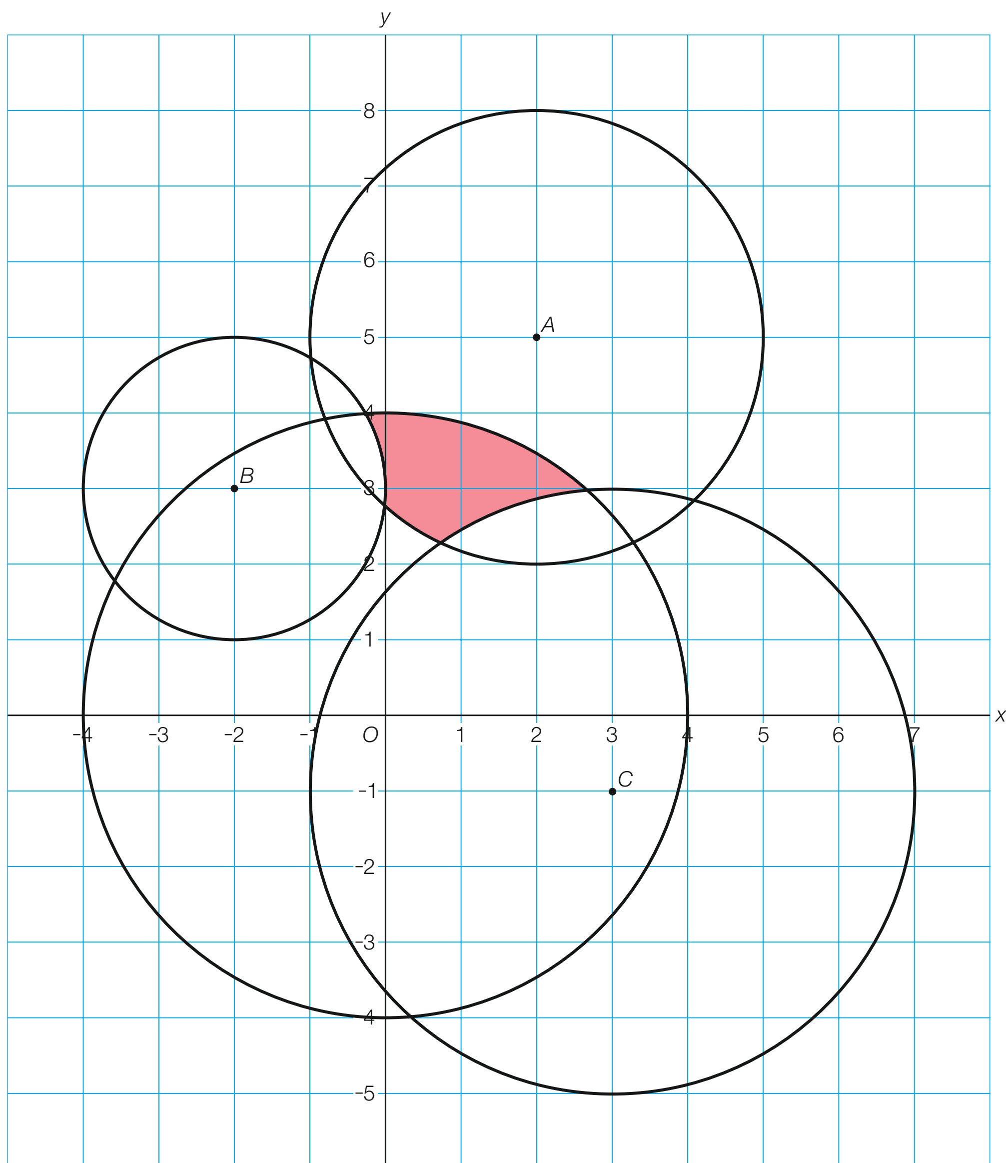
b Die punten bestaan niet.

c $a < 3$

5 **a**, **b**



6

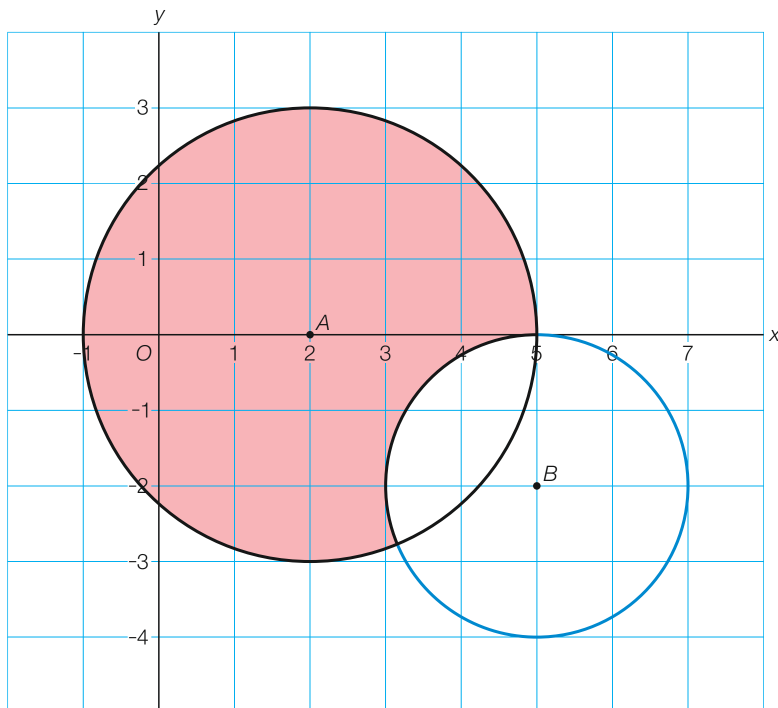


7 **a**, **b**



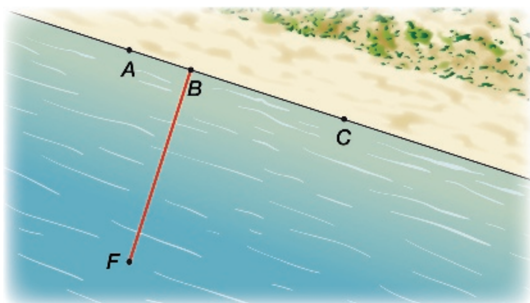
Bladzijde 54

L1 **a**, **b**



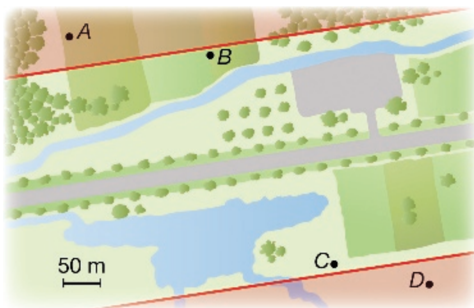
8 **a** De kortste route gaat naar het punt B.

b



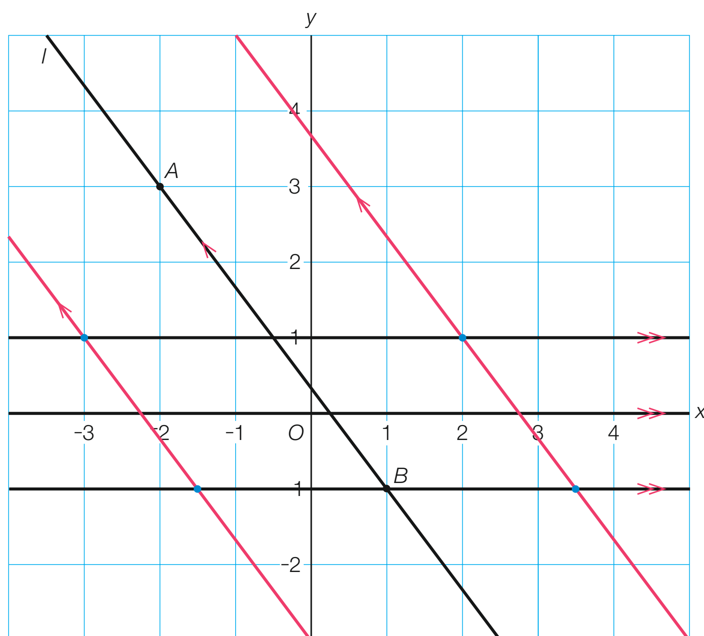
De hoek tussen de route en de kustlijn is 90°.

9 **a** De rode lijnen liggen op 150 meter van de weg.
b Een windmolen mag in A en D komen te staan.
c

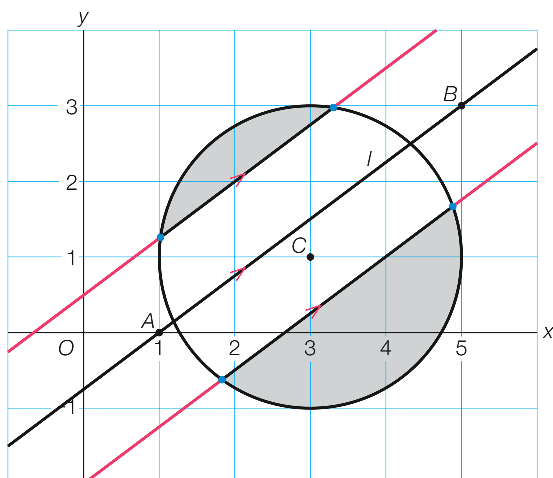


Bladzijde 56

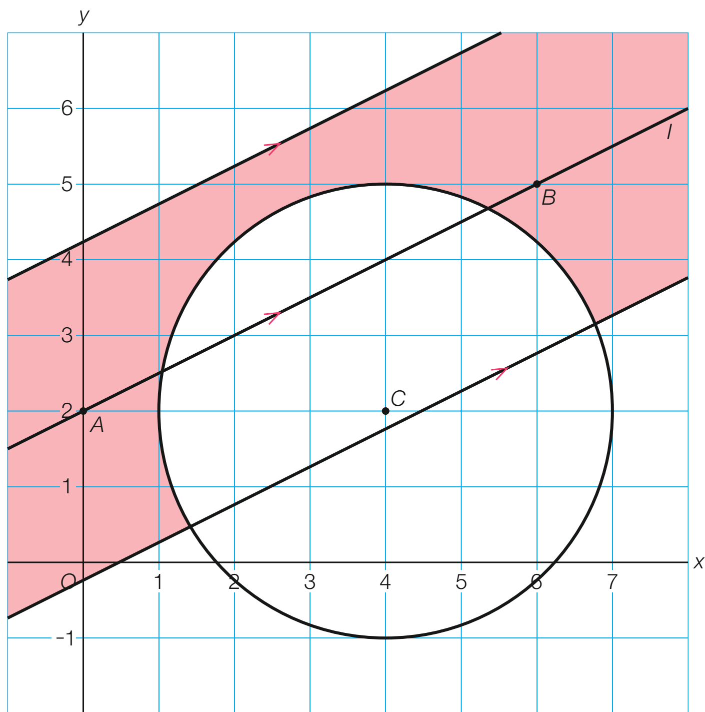
10 **a**, **b**, **c**



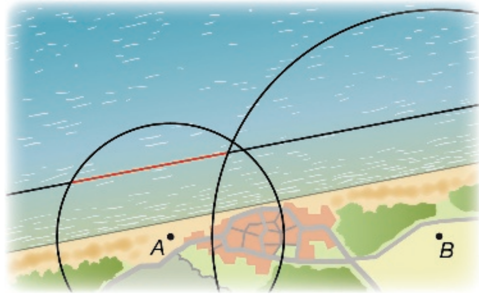
11 **a**, **b**, **c**, **d**



12

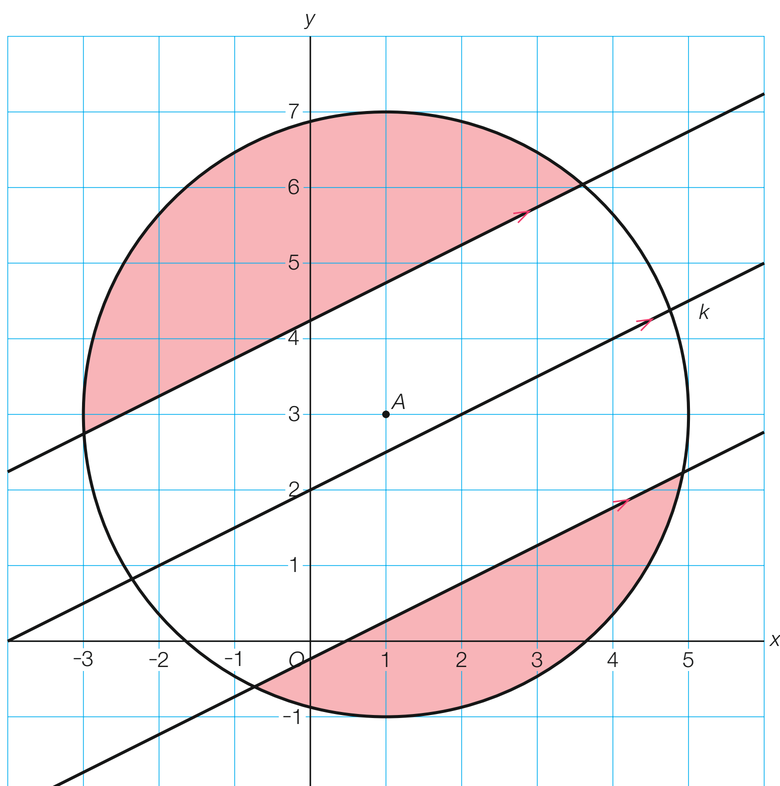


13

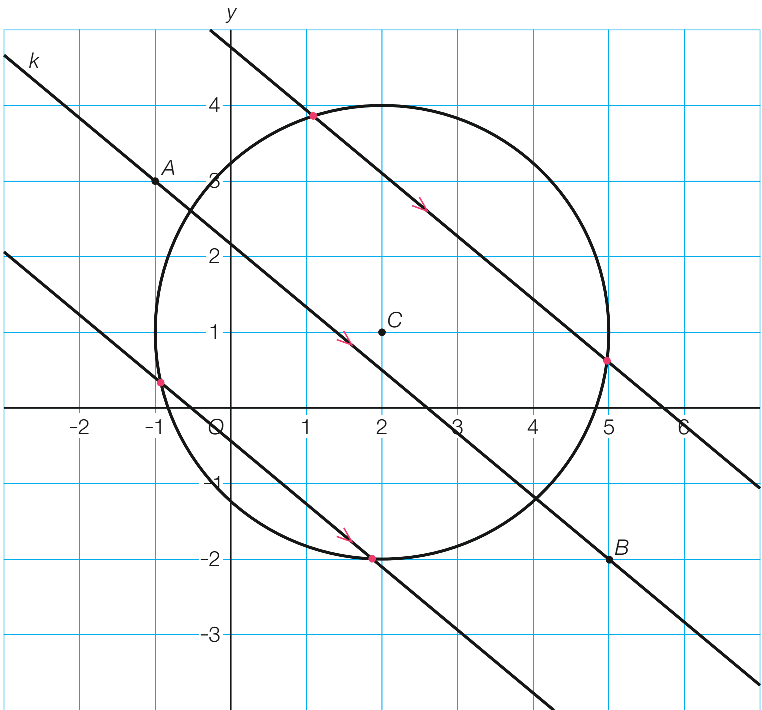


14 $y = 0,5x + 2$

x	0	4
y	2	4



L2 **a**, **b**, **c**



2.2 Middelloodlijn en omgeschreven cirkel

Bladzijde 57

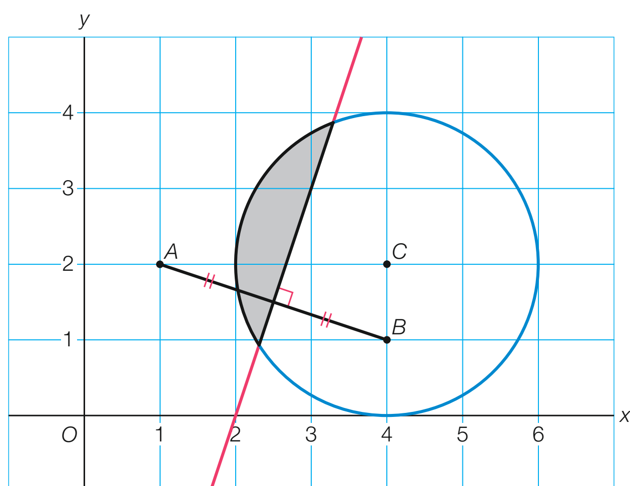
15 **a**, **b**, **c**, **d**, **e**



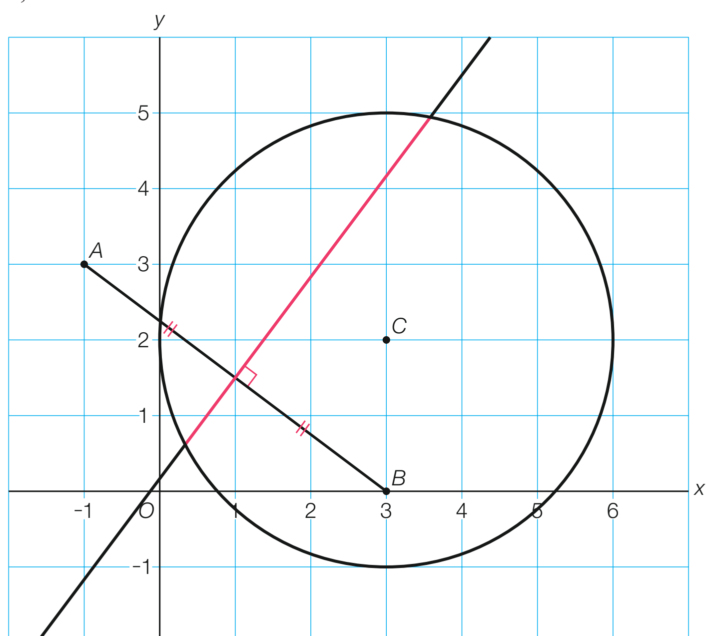
c Elk getekend punt ligt even ver van Santa Eulària als van Port de Sant Miquel.

Bladzijde 59

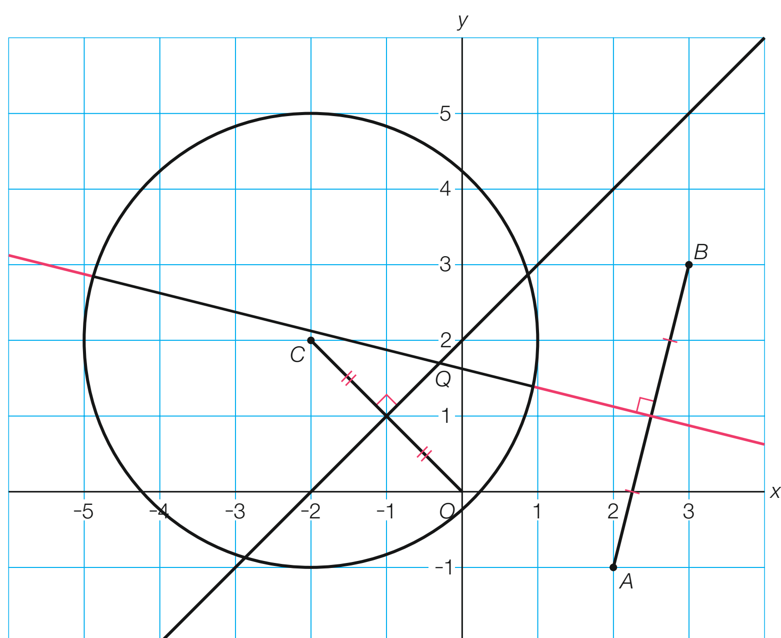
16 a, b



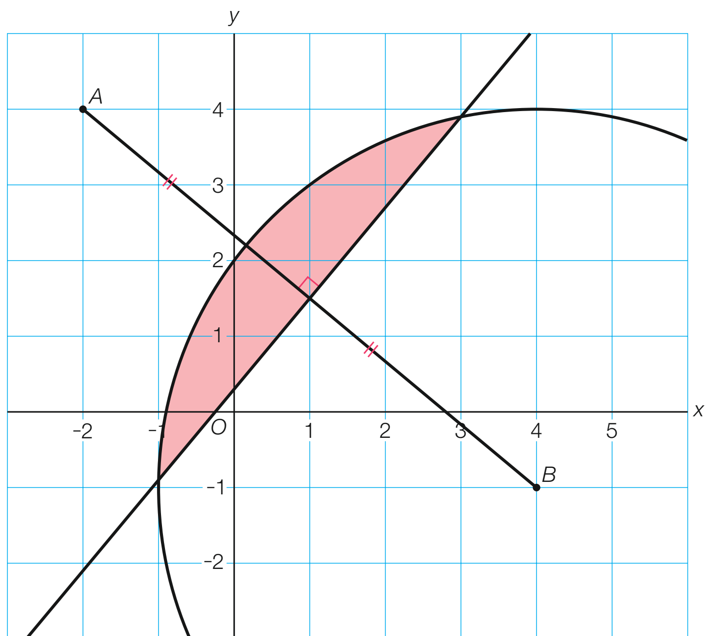
17 a, b, c



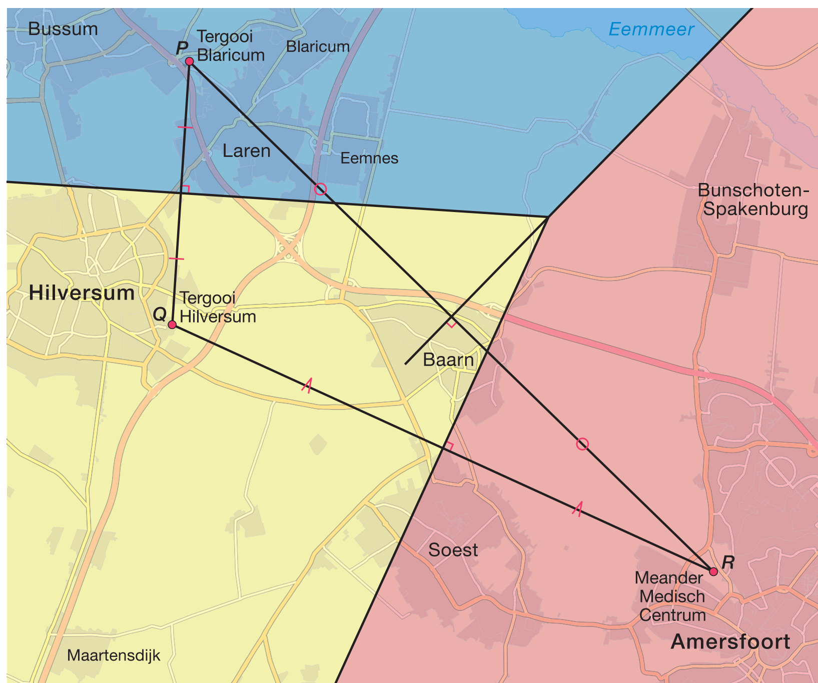
18 a, b



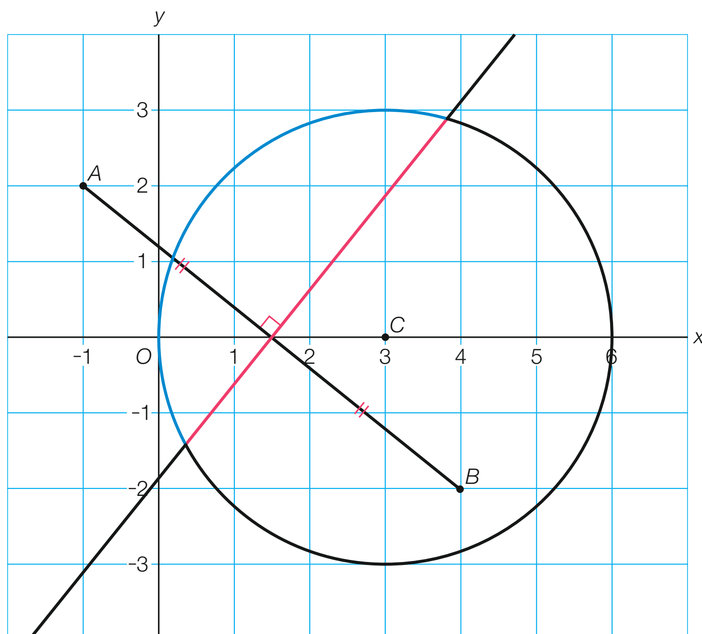
19


y
A
4
3
2
1
x
-2
-1
O
1
2
3
4
5
B
−1
−2

20

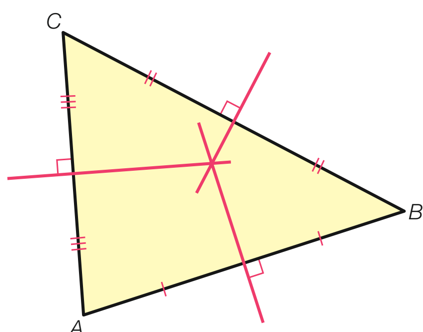

Bussum
P
Tergooi
Blaricum
Blaricum
Eemmeer
Laren
Eemnes
Bunschoten-
Spakenburg
Hilversum
Tergooi
Q
Hilversum
Baarn
Soest
R
Meander
Medisch
Centrum
Amersfoort
Maartensdijk

L3 **a**, **b**, **c**, **d**, **e**



Bladzijde 60

21 **a**, **b**, **c**



c Alle drie de middelloodlijnen van de zijden van △*ABC* gaan door één punt.

d Je krijgt het vermoeden dat de middelloodlijnen van de zijden van elke driehoek door één punt gaan.

Bladzijde 61

22 **a** De afstand van een punt tot een lijn is gelijk aan de lengte van het kortste lijnstuk van het punt tot de lijn.

b Een gelijkbenige driehoek is een driehoek met twee gelijke zijden.

c In een gelijkbenige driehoek zijn de hoeken tegenover de even lange zijden even groot.

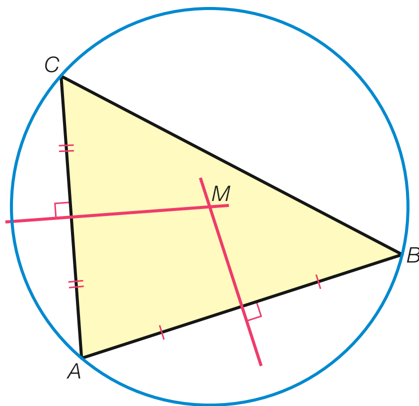
23 **a** In een parallellogram zijn de overstaande zijden even lang.
In een parallellogram delen de diagonalen elkaar middendoor.
In een parallellogram zijn de overstaande hoeken even groot.

b Een ruit is een vierhoek waarvan alle zijden even lang zijn.

c In een ruit staan de diagonalen loodrecht op elkaar.
In een ruit delen de diagonalen de hoeken middendoor.
Een ruit is tevens een parallellogram.

24 **a** Een gestrekte hoek is ook groter dan 90° maar is geen stompe hoek.
Goed is: Een stompe hoek is een hoek tussen 90° en 180°.
b Een driehoek kan maar één stompe hoek hebben.
Goed is: Een stomphoekige driehoek is een driehoek met een stompe hoek.
c Een ruit is een vierhoek met vier gelijke zijden maar een ruit hoeft geen vierkant te zijn.
Goed is: Een vierkant is een vierhoek met vier gelijke zijden en vier rechte hoeken.
d Een driehoek heeft geen onderste zijde, je kunt een driehoek op allerlei verschillende manieren tekenen.
Goed is: De basis van een gelijkbenige driehoek is de zijde tegenover de hoek tussen de twee even lange zijden. In het geval de driehoek gelijkzijdig is, kan elke zijde de basis zijn.
e Een diameter van een cirkel gaat door het middelpunt van de cirkel. Een lijnstuk dat twee punten van de cirkel verbindt, hoeft niet door het middelpunt te gaan.
Goed is: Een diameter van een cirkel is een lijnstuk door het middelpunt van de cirkel dat twee punten van de cirkel met elkaar verbindt.

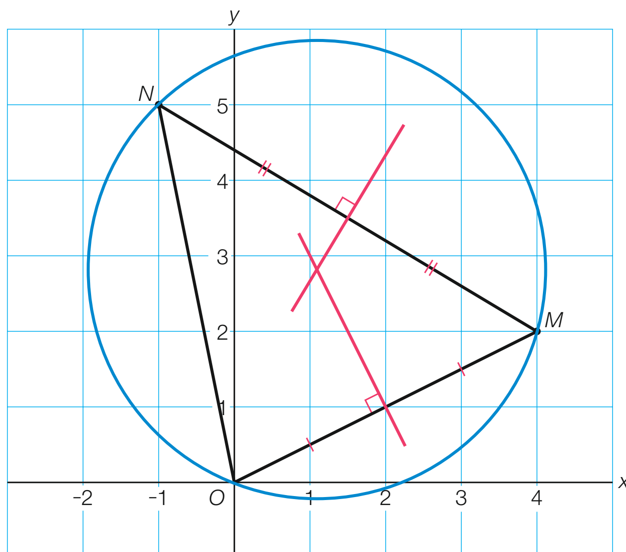
25 **a**, **b**, **c**



b De drie middelloodlijnen gaan door één punt, dus om dit punt te vinden heb je maar twee middelloodlijnen nodig.
c De cirkel gaat door alle drie de hoekpunten van de driehoek.
d Je krijgt het vermoeden dat bij elke driehoek het snijpunt van de middelloodlijnen van de zijden van de driehoek het middelpunt is van de cirkel die door de drie hoekpunten van die driehoek gaat.

Bladzijde 62

26



27

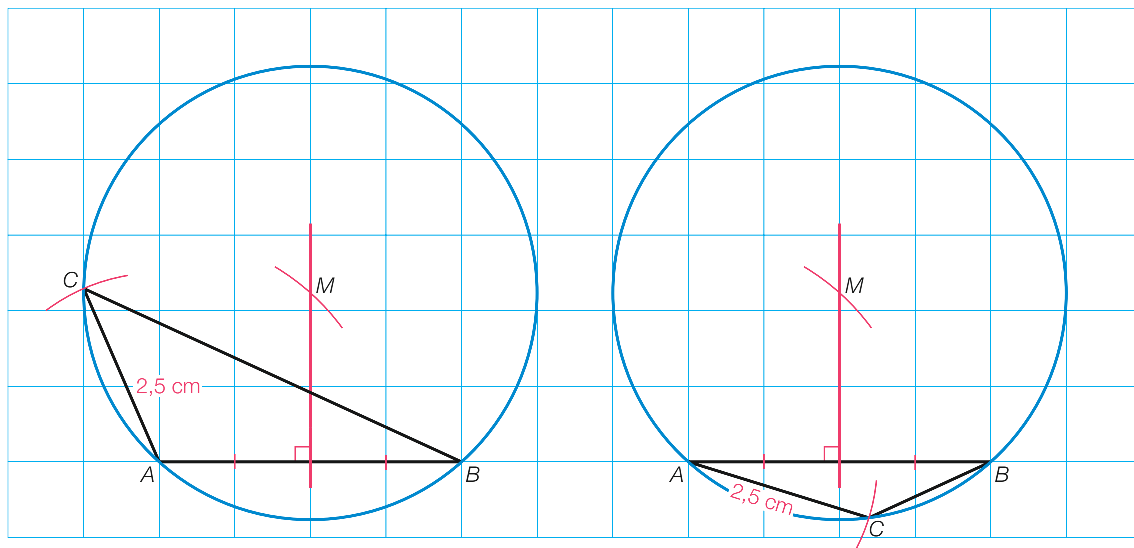
28 **a**, **b**, **c**

b Omdat het punt O niet op de omgeschreven cirkel van $\triangle ABC$ ligt, heeft vierhoek $OABC$ geen omgeschreven cirkel.

29 *Aanpak*

Teken $AB = 4$ cm en teken de middelloodlijn van AB.
Teken een cirkelboogje met straal 3 cm en middelpunt A. Het snijpunt van het cirkelboogje met de middelloodlijn van AB is het middelpunt M van de omgeschreven cirkel van $\triangle ABC$.
Teken de omgeschreven cirkel van $\triangle ABC$, dus de cirkel met middelpunt M en straal 3 cm.
Teken een cirkelboogje met middelpunt A en straal 2,5 cm. Het snijpunt van dit cirkelboogje en de cirkel is punt C. Merk op dat er twee mogelijke snijpunten zijn.
Maak $\triangle ABC$ af.
Zie de figuur op de volgende bladzijde.

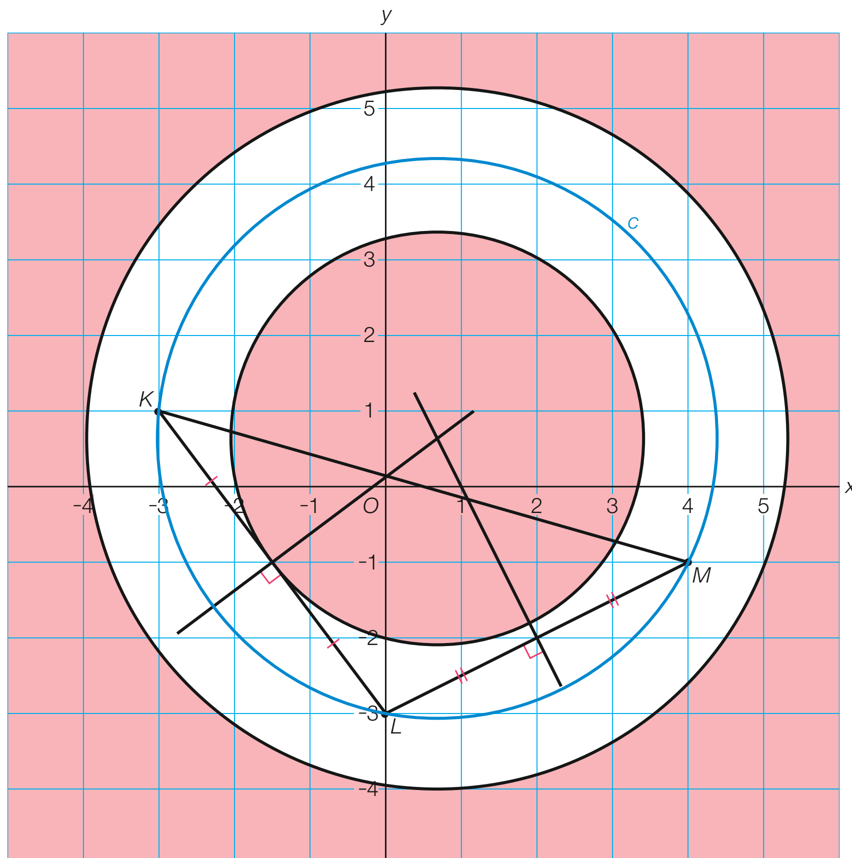
Uitwerking



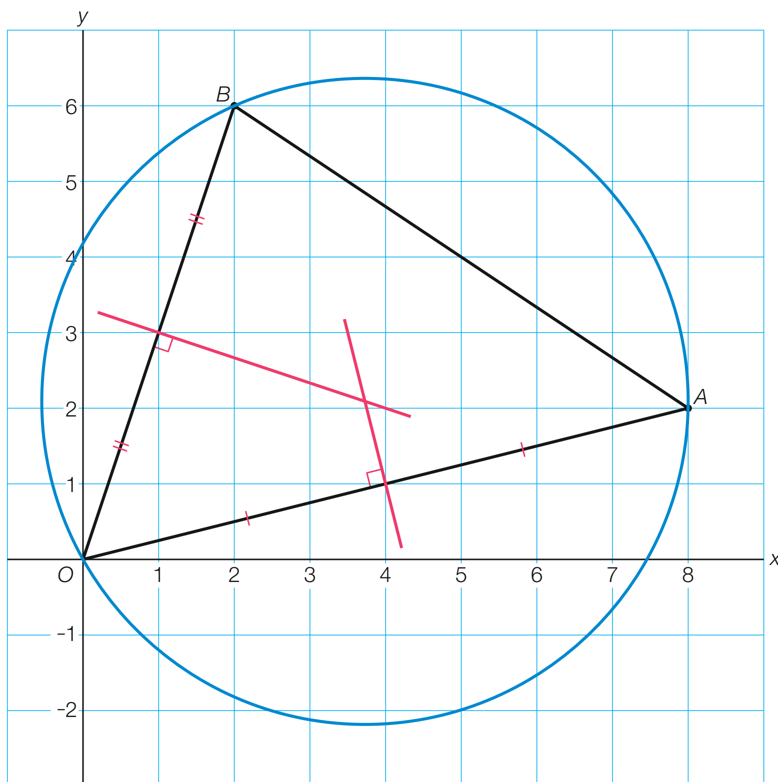
mogelijkheid 1 mogelijkheid 2

30 *Aanpak*
Cirkel c is de omgeschreven cirkel van $\triangle KLM$, dus teken $\triangle KLM$ en c.
De punten P waarvoor geldt $d(p, c) = 1$ cm liggen op twee cirkels.
Van de ene cirkel is de straal 1 cm groter en van de andere cirkel is de straal 1 cm kleiner dan die van c. Meet de straal van c en teken de andere twee cirkels.
De punten P waarvoor geldt $d(p, c) > 1$ cm vormen het binnengebied van de kleinste cirkel en het buitengebied van de grootste cirkel.
Kleur deze gebieden rood.

Uitwerking



L4



2.3 Bissectrice en ingeschreven cirkel

Bladzijde 63

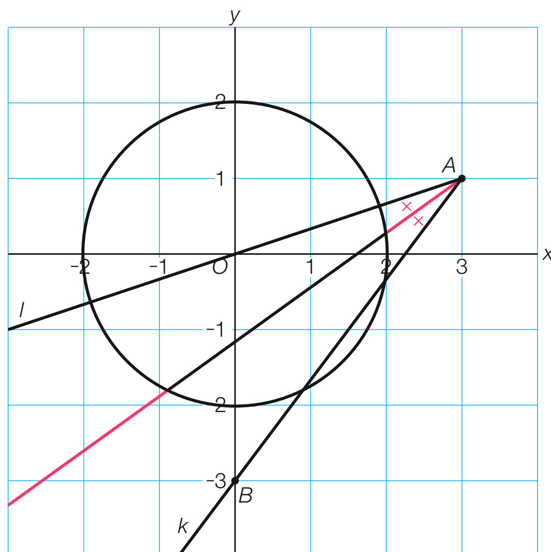
31 **a** d(D, l) = 1,1 cm en d(D, m) = 1,1 cm
Het valt op dat d(D, l) = d(D, m).

b d(E, l) = d(E, m) = 1,4 cm
d(F, l) = d(F, m) = 1,8 cm

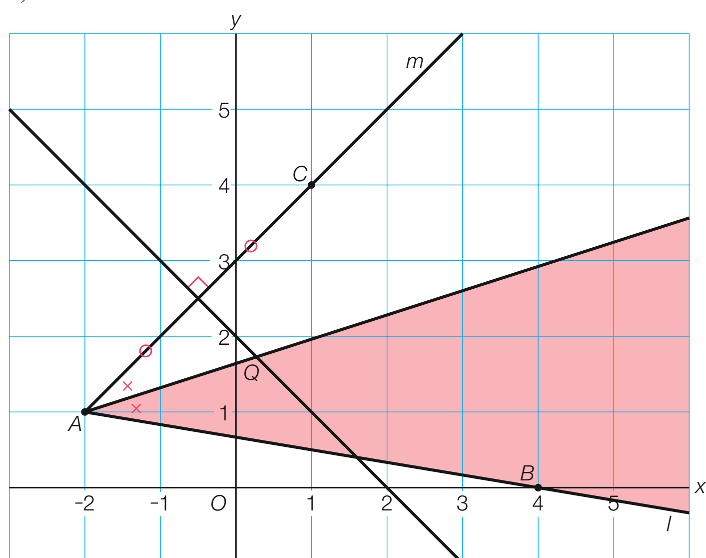
c Je krijgt het vermoeden dat de punten van de halve lijn die $\angle A$ middendoor deelt even ver van het ene been als van het andere been liggen.

Bladzijde 64

32 **a**, **b**, **c**

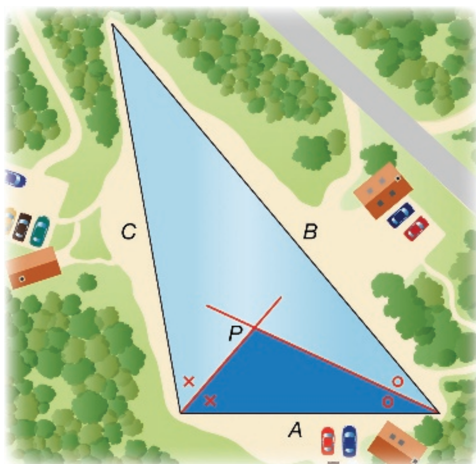


33 **a, b, c**

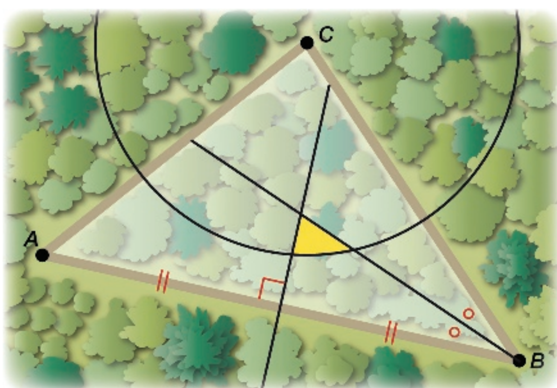


Bladzijde 65

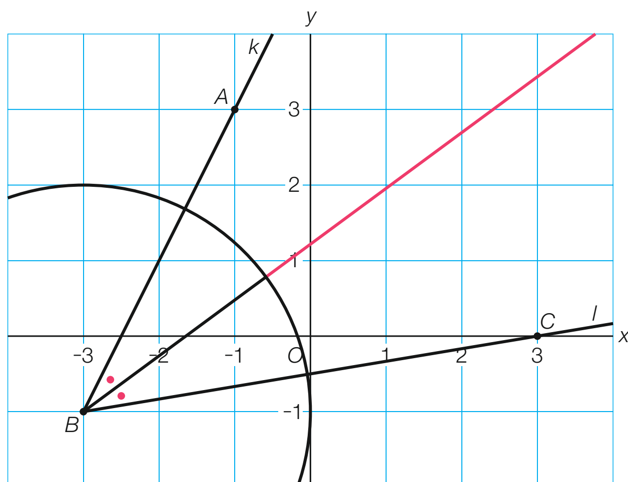
34



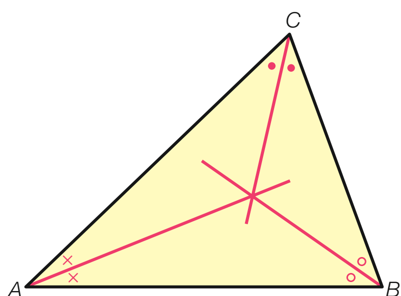
35



L5 **a**, **b**



36 **a**, **b**

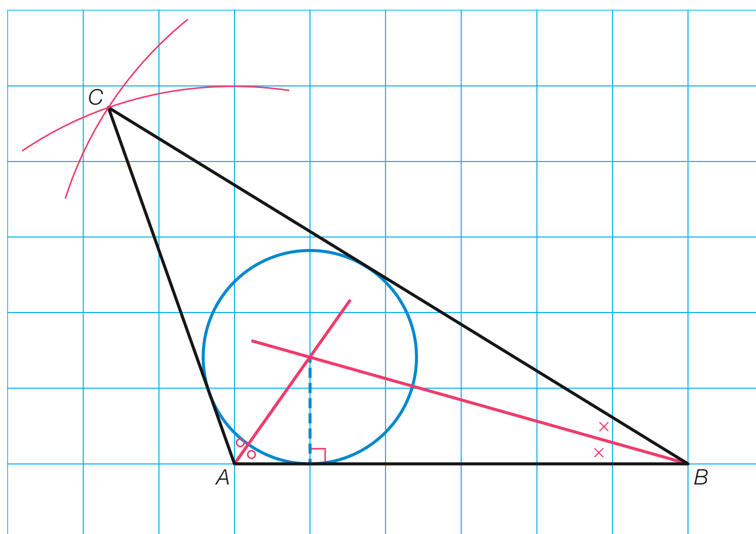


c De drie bissectrices gaan door één punt.

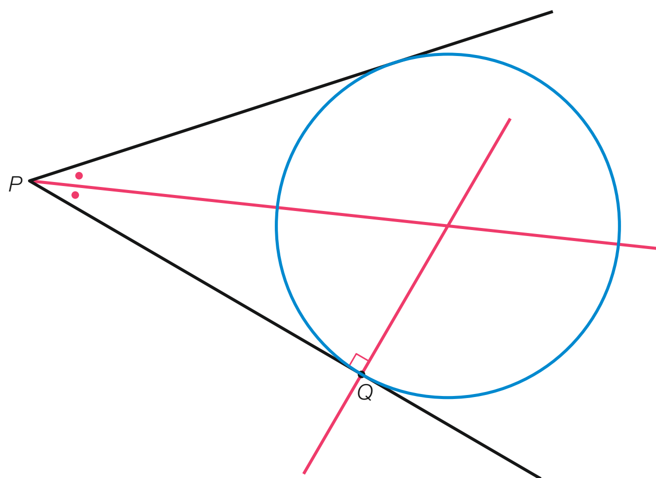
d Je krijgt het vermoeden dat de bissectrices van de hoeken van elke driehoek door één punt gaan.

Bladzijde 67

37 **a**, **b**

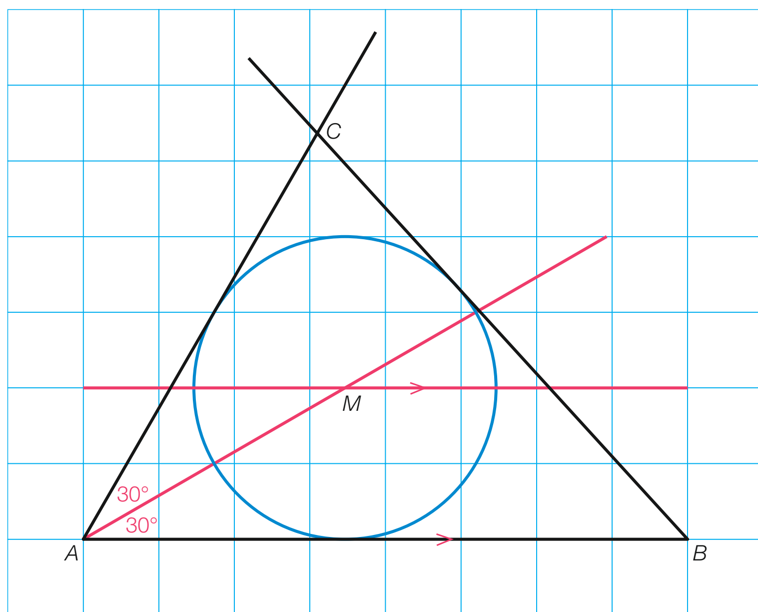


38



39 *Aanpak*
Teken $AB = 8$ cm en teken $\angle A = 60°$.
Teken de bissectrice van $\angle A$. Het middelpunt M van de ingeschreven cirkel ligt op de bissectrice.
Het middelpunt M ligt ook op 2 cm afstand van zijde AB, dus teken een lijn evenwijdig met AB op afstand 2 cm. Het snijpunt van deze lijn en de bissectrice van $\angle A$ is M.
Teken de cirkel met middelpunt M en straal 2 cm.
Teken vanuit B de halve lijn die de cirkel raakt.
Het snijpunt deze halve lijn en het andere been van $\angle A$ is punt C. Hiermee is $\triangle ABC$ getekend.

Uitwerking



40 **a** Alle punten P waarvoor geldt $d(P, l) = d(P, m)$ vormen de lijnen b_1 en b_2.

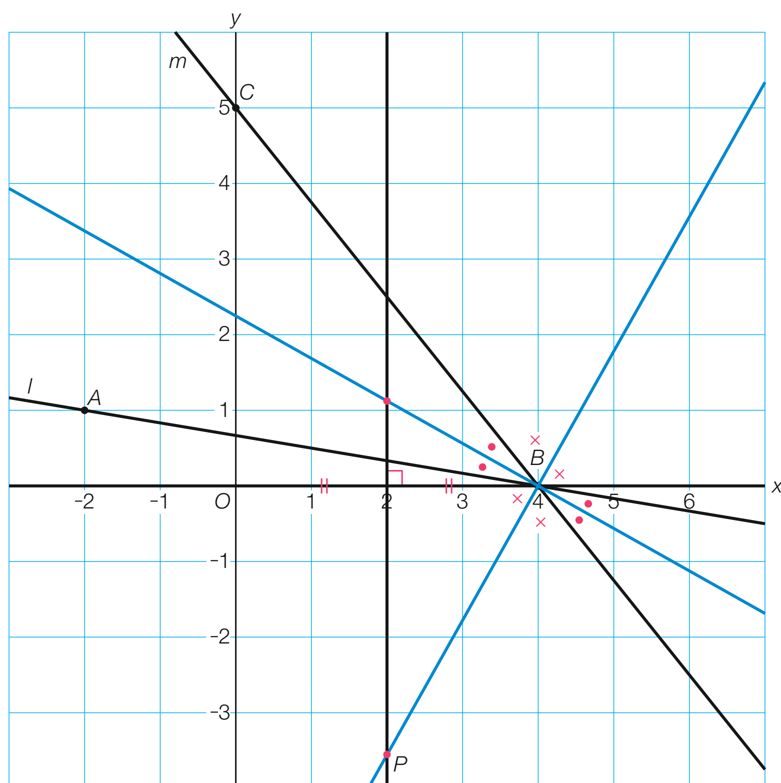
b $\left.\begin{array}{l}\angle S_1 + \angle S_2 + \angle S_3 + \angle S_4 = 180° \text{ (gestrekte hoek)} \\ \angle S_1 = \angle S_2 \text{ en } \angle S_3 = \angle S_4\end{array}\right\}$ $\angle S_2 + \angle S_2 + \angle S_3 + \angle S_3 = 180°$

$2 \cdot \angle S_2 + 2 \cdot \angle S_3 = 180°$

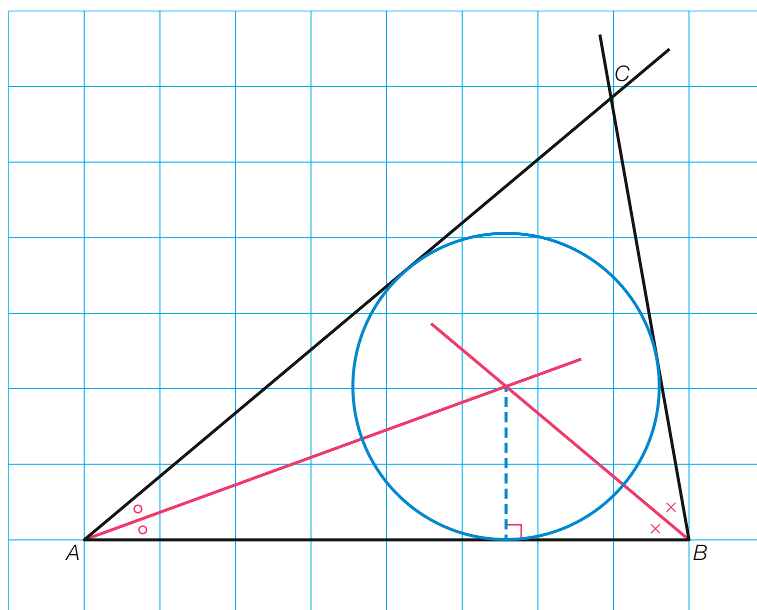
$\angle S_2 + \angle S_3 = 90°$

c De bissectrices van de hoeken die bij twee snijdende lijnen horen staan loodrecht op elkaar.

41 **a, b**



L6



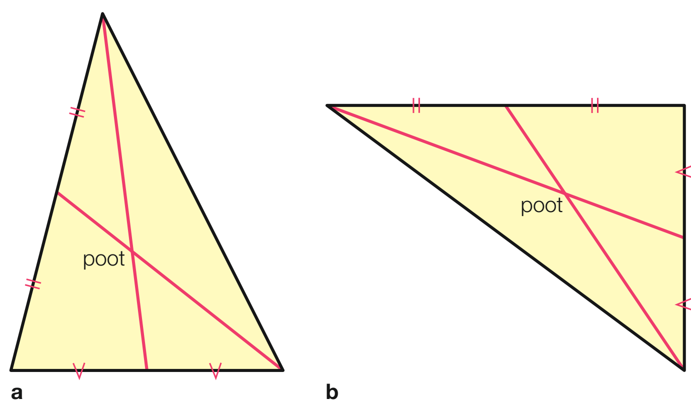
2.4 Zwaartelijn en hoogtelijn

Bladzijde 68

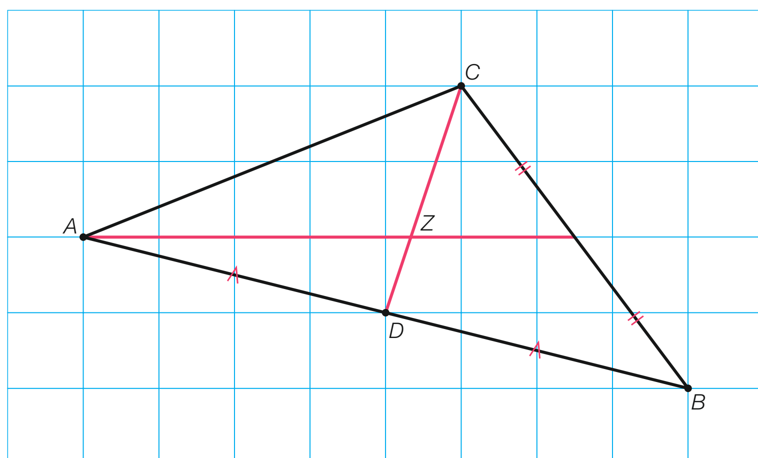
42 Bij methode II.

Bladzijde 69

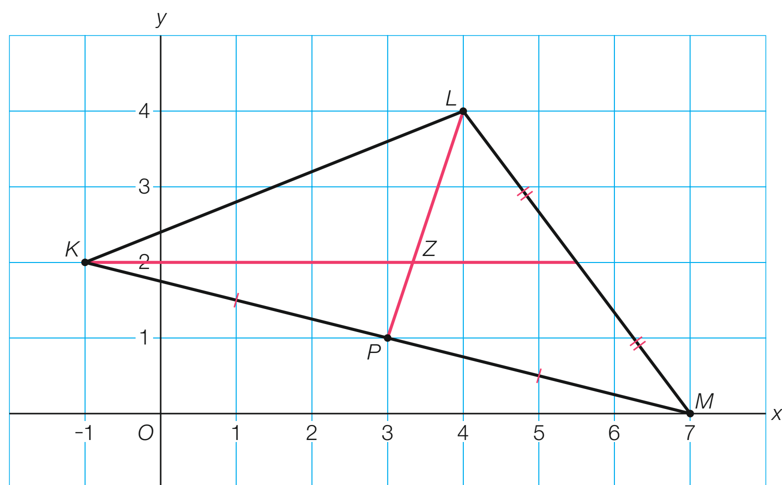
43



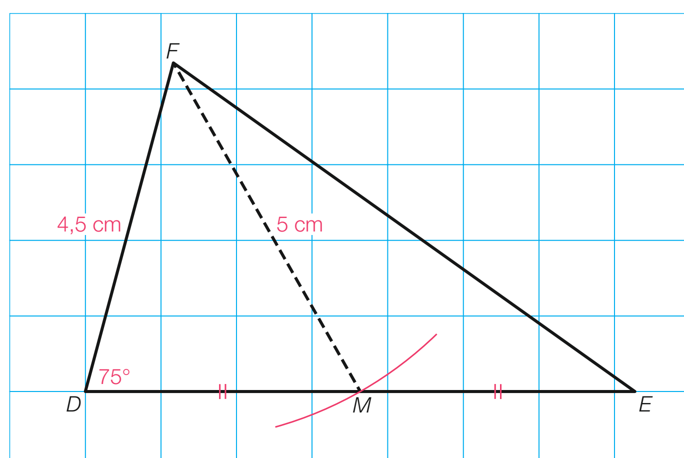
44 **a**, **b**



45

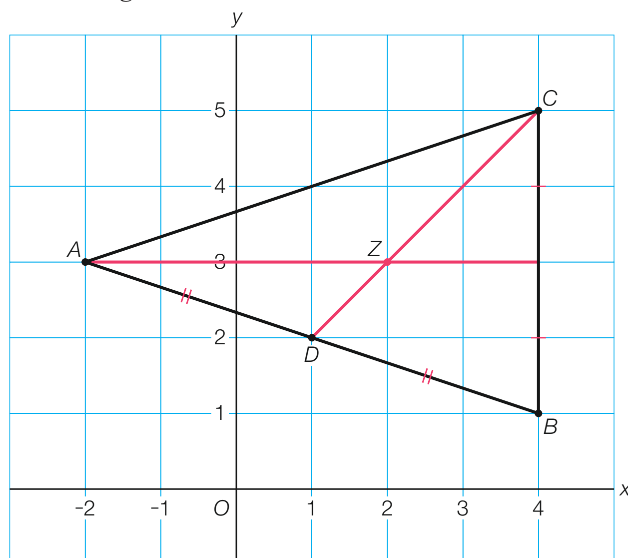


46



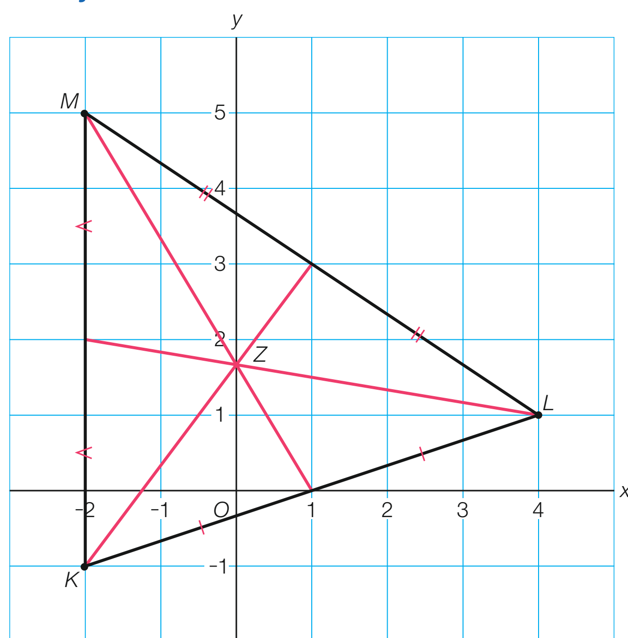
47 *Aanpak*
Teken zijde AB en het midden D van AB.
Teken de zwaartelijn door D en Z, hoekpunt C moet op deze lijn liggen.
Teken de zwaartelijn door A en Z, deze moet door het midden van zijde BC gaan.
De enige plaats waar C kan liggen, is 4 hokjes boven hoekpunt B.

Uitwerking

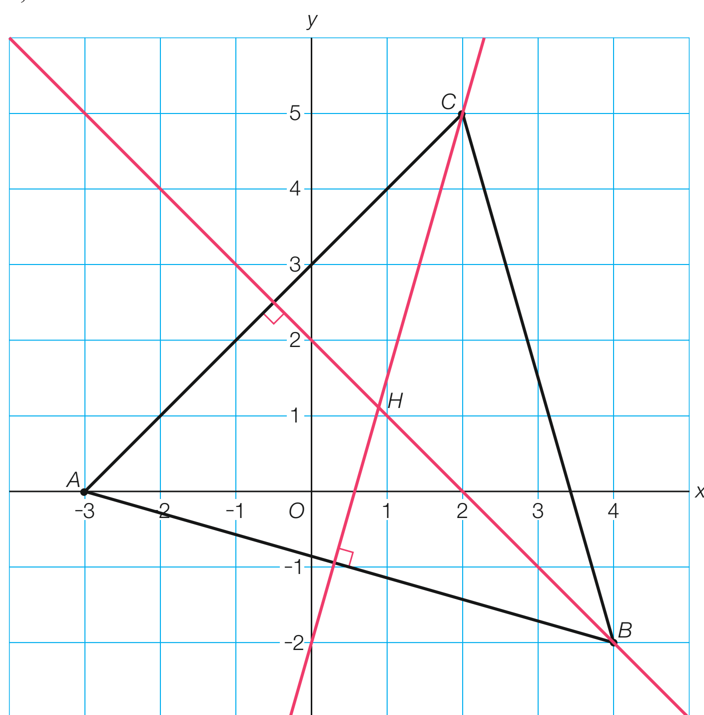


Bladzijde 70

L7

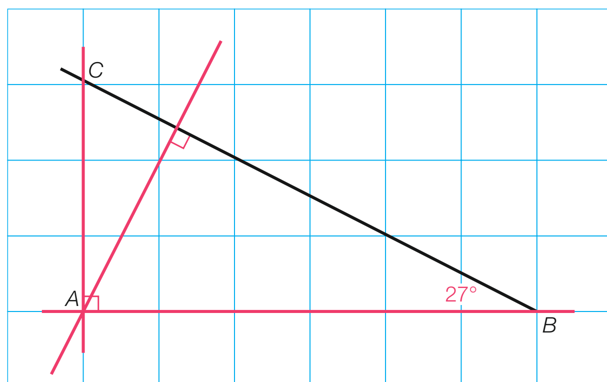


48 **a, b, c**



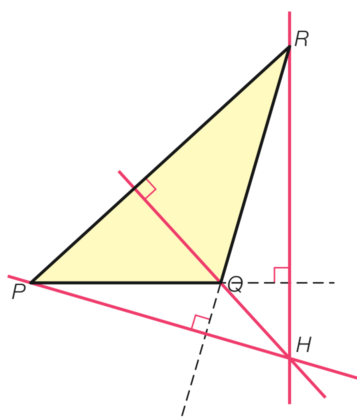
Bladzijde 71

49 **a, b, c**



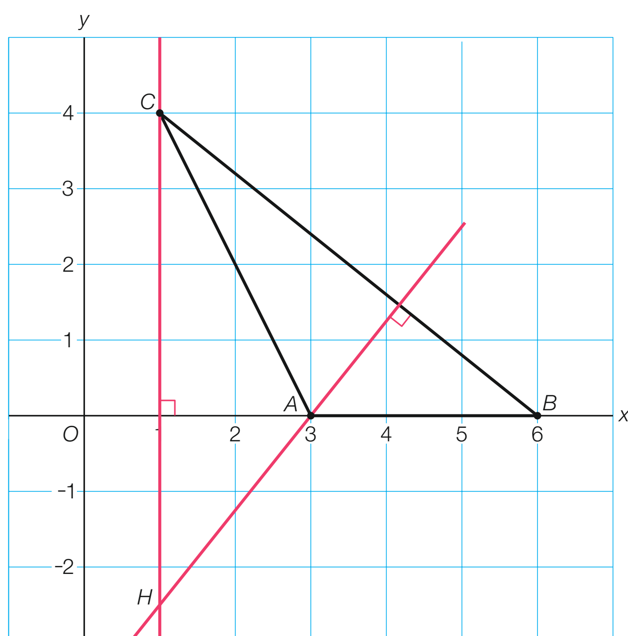
c Het valt op dat twee zijden van de driehoek samenvallen met twee hoogtelijnen, en dat het hoogtepunt van de driehoek een hoekpunt van de driehoek is.

50 **a**

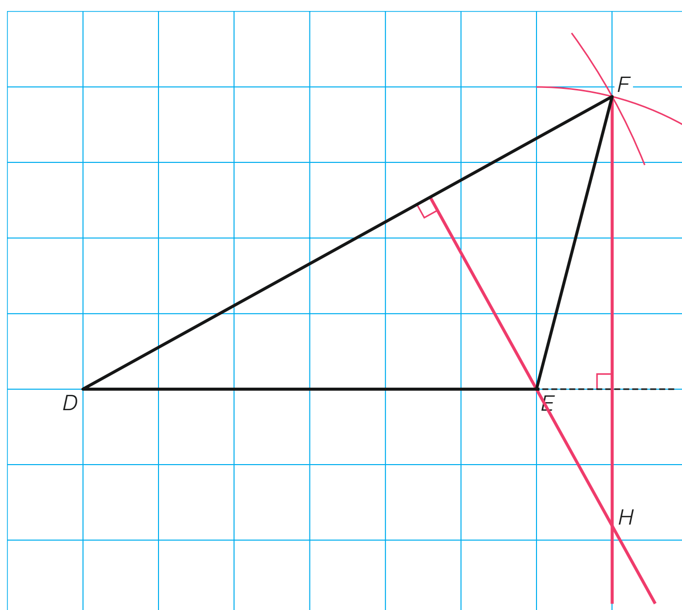


b Omdat twee van de drie hoogtelijnen buiten de driehoek liggen, ligt hun snijpunt en dus het hoogtepunt van de driehoek buiten de driehoek.

51 **a**, **b**



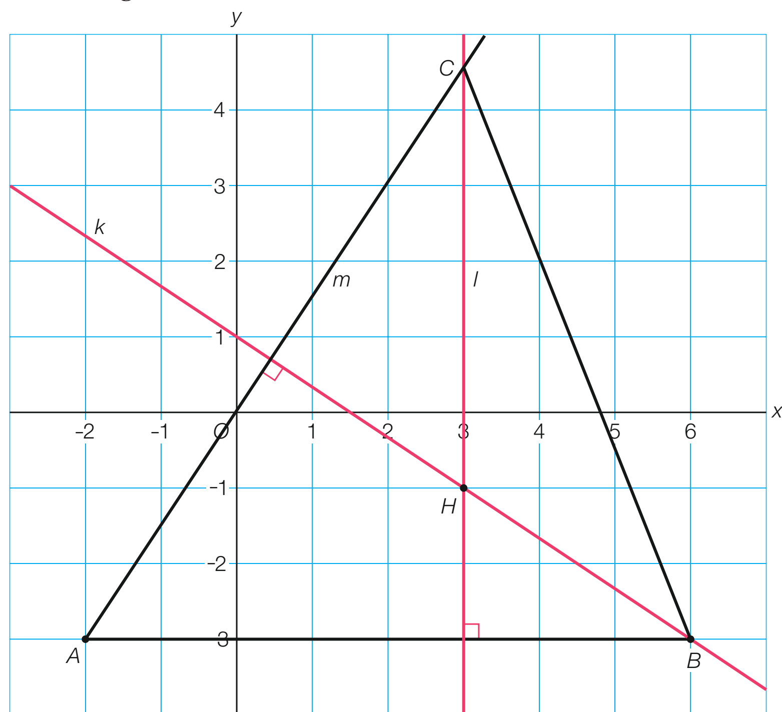
52



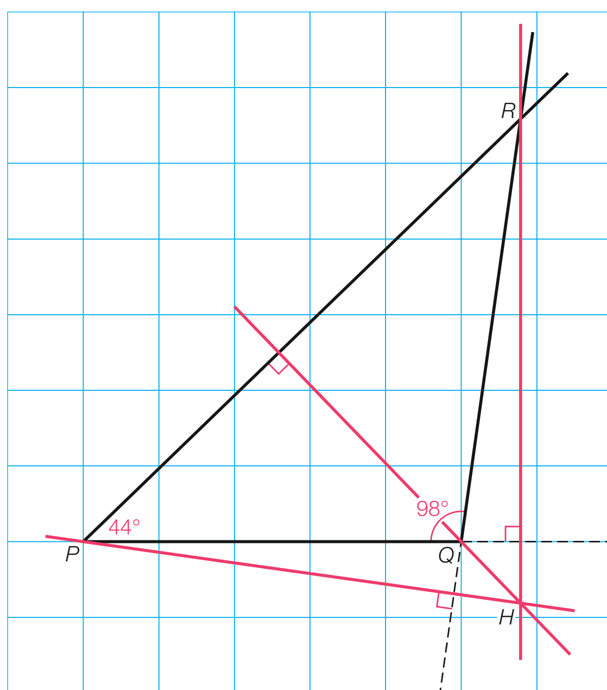
53 *Aanpak*

Teken de punten A, B en H, en teken zijde AB.
Teken de lijn l door H loodrecht op AB.
Teken de hoogtelijn k door B en H.
Teken de halve lijn m uit A loodrecht op k. Het snijpunt van l en m is hoekpunt C.
Teken $\triangle ABC$.
Zie de figuur op de volgende bladzijde.

Uitwerking



L8 **a**, **b**, **c**, **d**



c Hiervoor moet je zijde PQ verlengen.

2.5 De oppervlakte van een driehoek

Bladzijde 72

54 **a**, **b** *

c opp. $ABDE = 10 \cdot 6 = 60$ cm^2
$\triangle ABC$ is de helft van de rechthoek, dus opp. $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 60 = 30$ cm^2.

Bladzijde 73

55 opp. $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 28 \cdot 15 = 210$ mm^2

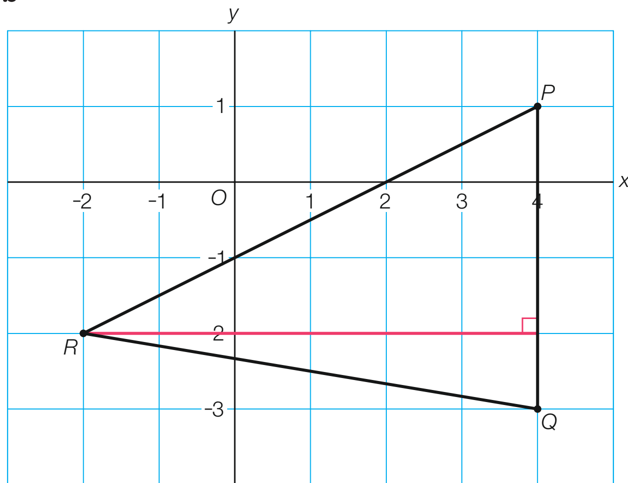
opp. $\triangle EFG = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 24 = 300$ mm^2

56 **a** De hoogte die bij zijde PQ hoort is 15 mm.

b opp. $\triangle PQR = \frac{1}{2} \cdot 36 \cdot 15 = 270$ mm^2

c opp. $\triangle STU = \frac{1}{2} \cdot 28 \cdot 21 = 294$ mm^2

57 **a**, **b**

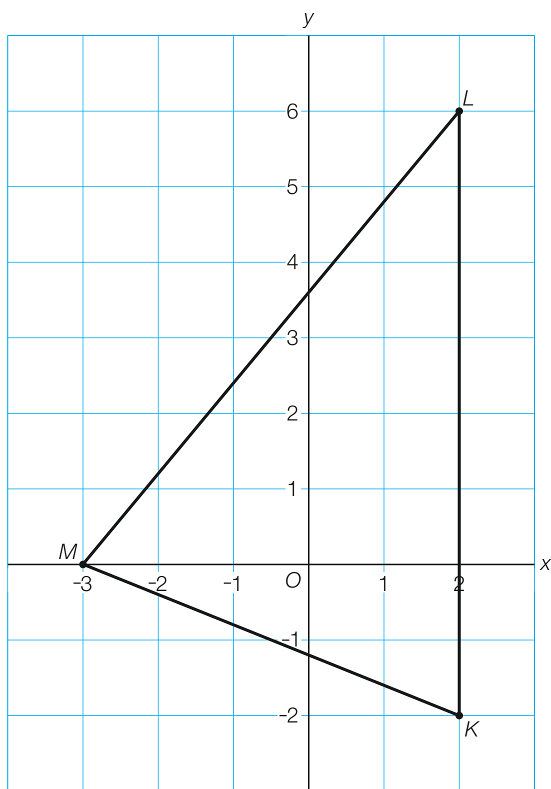


c $PQ = 4$ cm

De hoogte die bij PQ hoort is 6 cm.

d opp. $\triangle PQR = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 = 12$ cm^2

58



opp. $\triangle KLM = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5 = 20$ cm^2

59 **a** opp. $\triangle DEF = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 12 = 120$ mm^2

b opp. $\triangle DEF = 120$ mm^2

opp. $\triangle DEF = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot EG$ $\Big\}$ $\frac{1}{2} \cdot 16 \cdot EG = 120$

$8 \cdot EG = 120$

$EG = 15$

Dus $EG = 15$ mm.

Bladzijde 74

60 **a** opp. $\triangle ABC = 24$ cm^2
opp. $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot CD$ $\Big\}$ $\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot CD = 24$

$3 \cdot CD = 24$

$CD = 8$

Dus $CD = 8$ cm.

b opp. $\triangle KLM = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 7 = 28$ cm^2
opp. $\triangle KLM = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot KN$ $\Big\}$ $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot KN = 28$

$5 \cdot KN = 28$

$KN = 5{,}6$

Dus $KN = 5{,}6$ cm.

c $\angle Q = 90°$, dus $\triangle PQR$ is een rechthoekige driehoek met $PQ \perp QR$.

opp. $\triangle PQR = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 15 = 150$ cm^2
opp. $\triangle PQR = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot QS$ $\Big\}$ $\frac{1}{2} \cdot 25 \cdot QS = 150$

$25 \cdot QS = 300$

$QS = 12$

Dus $QS = 12$ cm.

L9 opp. $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 84 \cdot 48 = 2016$ mm^2

opp. $\triangle KLM = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 16 = 240$ mm^2

61 **a** De hoogte van het gebouw is RS.
b Lijnstuk RS maakt een hoek van 90° met de grond.
c Zijde PQ.
d De oppervlakte van de driehoekige zijgevel is $\frac{1}{2} \cdot 33 \cdot 40 = 660$ m^2.

Bladzijde 75

62 opp. driehoek I $= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 = 10$ cm^2

opp. driehoek II $= \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2 = 6$ cm^2

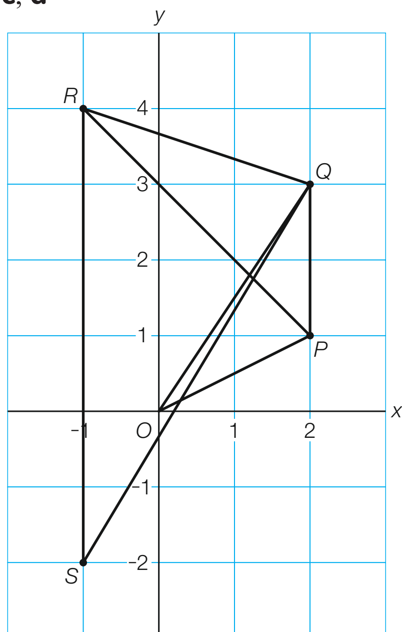
opp. driehoek III $= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6$ cm^2

opp. driehoek IV $= \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5 = 15$ cm^2

opp. driehoek V $= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 7 = 10\frac{1}{2}$ cm^2

Bladzijde 76

63 **a**, **c**, **d**



b opp. $\triangle PQR = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 3$ cm^2
c opp. $\triangle OPQ = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$ cm^2
d opp. $\triangle QRS = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 = 9$ cm^2

64 **a** opp. $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 16 = 240$ mm^2
opp. $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot AE$

$\frac{1}{2} \cdot 20 \cdot AE = 240$
$10 \cdot AE = 240$
$AE = 24$

Dus $AE = 24$ mm.

b opp. $\triangle ABC = 240$ mm^2
opp. $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 45 \cdot BF$

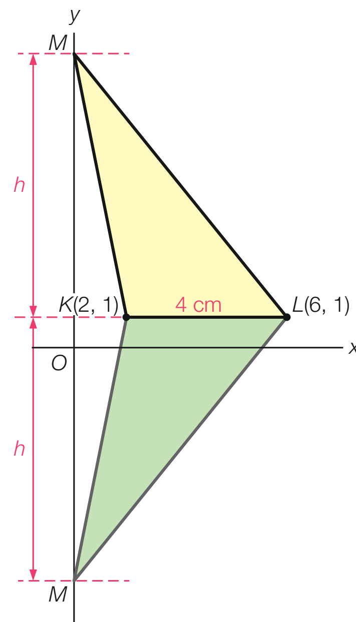
$\frac{1}{2} \cdot 45 \cdot BF = 240$
$45 \cdot BF = 480$
$BF = 10\frac{2}{3}$

Dus $BF = 10\frac{2}{3}$ mm.

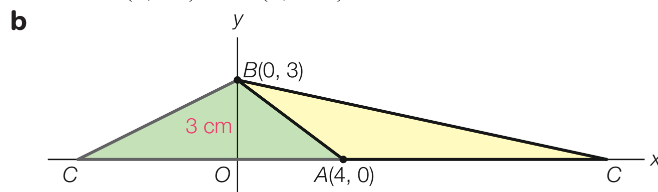
65 **a** Zie de schets hiernaast. Er zijn twee mogelijkheden voor M.
$KL = 4$ cm
opp. $\triangle KLM = 84$ cm^2
opp. $\triangle KLM = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot h$

$\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot h = 84$
$2 \cdot h = 84$
$h = 42$

Dus de hoogte h die bij de zijde KL hoort is 42 cm.
Dus $M(0, 43)$ of $M(0, -41)$.



b



Er zijn twee mogelijkheden voor C op de x-as.
opp. $\triangle ABC = 36$ cm^2
opp. $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot 3$

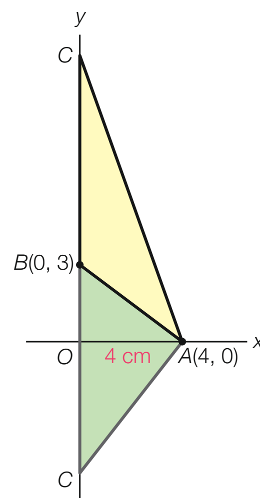
$\frac{1}{2} \cdot AC \cdot 3 = 36$
$3 \cdot AC = 72$
$AC = 24$

Dus $C(28, 0)$ of $C(-20, 0)$.

c Zie de schets hiernaast. Er zijn twee mogelijkheden voor C op de y-as.
opp. $\triangle ABC = 36$ cm^2
opp. $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot 4$

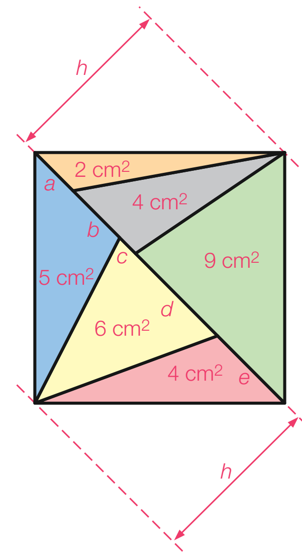
$\frac{1}{2} \cdot BC \cdot 4 = 36$
$2 \cdot BC = 36$
$BC = 18$

Dus $C(0, 21)$ of $C(0, -15)$.

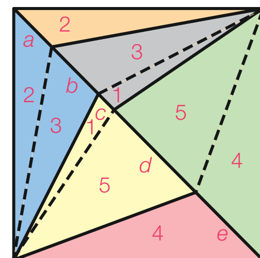


66 opp. $= \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 60 + \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 20 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 30 = 4000$ cm^2
De oppervlakte van de vlieger is 40 dm^2.

67 Zie de figuur hiernaast.
De diagonaal verdeelt het vierkant in twee gelijke driehoeken van $30 : 2 = 15$ cm², elk met hoogte h. Elke driehoek bestaat weer uit drie kleinere driehoeken, ook elk met hoogte h.
opp. gele driehoek $= 15 - 5 - 4 = 6$ cm²
opp. grijze driehoek $= 15 - 2 - 9 = 4$ cm²



Zie de figuur hiernaast.
Je kunt de blauwe, grijze, gele en groene driehoek splitsen en van elk deel dat zo ontstaat de oppervlakte berekenen.
Omdat de hoogte van elke driehoek gelijk is, is de daarbij behorende zijde van elke driehoek in verhouding met de oppervlakte van die driehoek, dus $a : b : c : d : e = 2 : 3 : 1 : 5 : 4$.
d is dus het langste stuk en is $\frac{5}{2 + 3 + 1 + 5 + 4} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ deel van de diagonaal.

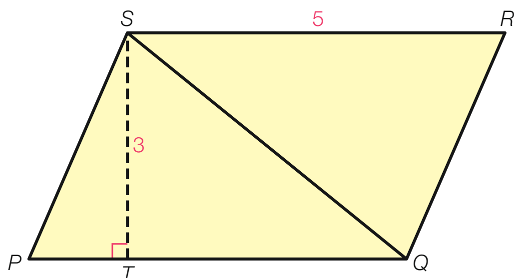


L10 opp. $\triangle PQR = \frac{1}{2} \cdot 48 \cdot 48 = 1152$ mm²

2.6 De oppervlakte van een vierhoek

Bladzijde 77

68 **a**



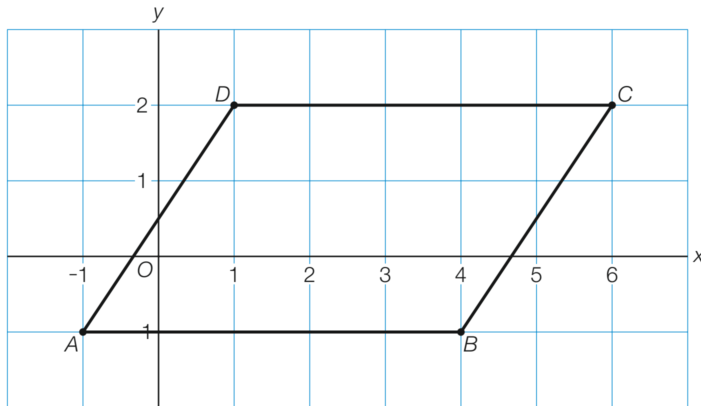
b opp. $\triangle PQS = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3 = 7\frac{1}{2}$ cm²
c Omdat ook van $\triangle QRS$ de zijde $RS = 5$ cm en de bijbehorende hoogte 3 cm is, is opp. $\triangle PQS$ = opp. $\triangle QRS$.
d opp. $PQRS = 2 \cdot$ opp. $\triangle PQS = 2 \cdot 7\frac{1}{2} = 15$ cm²

Bladzijde 78

69 Hij gebruikt in de berekening AD als hoogte die bij zijde AB hoort.

70 opp. $ABCD = 29 \cdot 43 = 1247$ mm²
opp. $EFGH = 18 \cdot 16 = 288$ mm²
opp. $KLMN = 15 \cdot 12 = 180$ mm²

71



opp. $ABCD = 5 \cdot 3 = 15$ cm^2

72 **a** opp. $PQRS = 4 \cdot 2{,}4 = 9{,}6$ cm^2

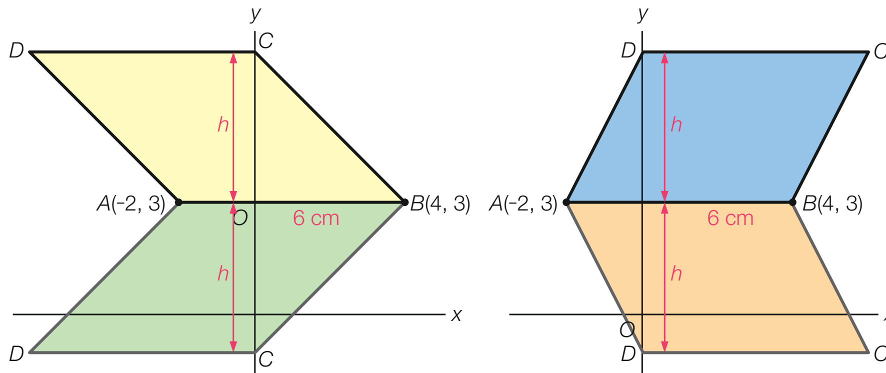
b $\left.\begin{array}{l}\text{opp. } PQRS = 9{,}6 \text{ cm}^2 \\ \text{opp. } PQRS = 3 \cdot ST\end{array}\right\} \begin{array}{l} 3 \cdot ST = 9{,}6 \\ ST = 3{,}2 \end{array}$

Dus $ST = 3{,}2$ cm.

73 $\left.\begin{array}{l}\text{opp. } EFGH = 8 \cdot 4{,}2 = 33{,}6 \text{ cm}^2 \\ \text{opp. } EFGH = 5 \cdot GK\end{array}\right\} \begin{array}{l} 5 \cdot GK = 33{,}6 \\ GK = 6{,}72 \end{array}$

Dus $GK = 6{,}72$ cm.

74 Zie de schetsen hieronder. Er zijn vier mogelijke parallellogrammen *ABCD*.



$\left.\begin{array}{l}\text{opp. } ABCD = 24 \text{ cm}^2 \\ \text{opp. } ABCD = 6 \cdot h\end{array}\right\} \begin{array}{l} 6h = 24 \\ h = 4 \end{array}$

Dus $C(0, 7)$ en $D(-6, 7)$ of $C(0, -1)$ en $D(-6, -1)$
of $D(0, 7)$ en $C(6, 7)$ of $D(0, -1)$ en $C(6, -1)$.

Bladzijde 79

L11 opp. $KLMN = 20 \cdot 15 = 300$ mm^2
opp. $PQRS = 40 \cdot 24 = 960$ mm^2

Bladzijde 80

75 opp. $ABCD = \frac{1}{2}(1 + 5) \cdot 2{,}5 = 7{,}5$ cm^2

opp. $PQRS = \frac{1}{2}(15 + 43) \cdot 15 = 435$ cm^2

76 De oppervlakte van de bucket tot 2010 was $\frac{1}{2}(2 \cdot 1{,}8 + 6) \cdot 5{,}8 = 27{,}84$ m^2.
De oppervlakte van de bucket is met $4{,}9 \cdot 5{,}8 - 27{,}84 = 0{,}58$ m^2 toegenomen.

77 opp. $ABCD = 68$ cm^2
opp. $ABCD = \frac{1}{2}(10 + 6) \cdot h$ $\Big\}$ $\frac{1}{2}(10 + 6) \cdot h = 68$

$8h = 68$

$h = 8{,}5$

Dus de hoogte h is 8,5 cm.

78 opp. $PQRS = 22$ cm^2
opp. $PQRS = \frac{1}{2}(PS + 8) \cdot 4$ $\Big\}$ $\frac{1}{2}(PS + 8) \cdot 4 = 22$

$(PS + 8) \cdot 4 = 44$

$PS + 8 = 11$

$PS = 3$

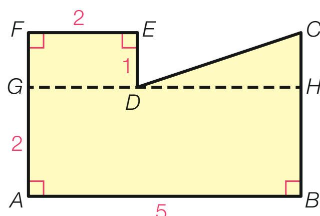
Dus $PS = 3$ cm.

79 Van $\triangle BCD$ en $\triangle ACD$ is de bij zijde CD horende hoogte AD, dus opp. $\triangle BCD$ = opp. $\triangle ACD = 10 + 5 = 15$ cm^2.
$\triangle DAS$ en $\triangle CDS$ hebben beide zijde DS en de oppervlakten verhouden zich als $10 : 5 = 2 : 1$, dus ook de hoogten die horen bij zijde DS verhouden zich als $2 : 1$. Hieruit volgt dat van $\triangle ABD$ en $\triangle BCD$ de hoogten die horen bij zijde BD zich verhouden als $2 : 1$.
Dit geeft opp. $\triangle ABD = 2 \cdot$ opp. $\triangle BCD = 2 \cdot 15 = 30$ cm^2.
Dus opp. $ABCD = 30 + 15 = 45$ cm^2.

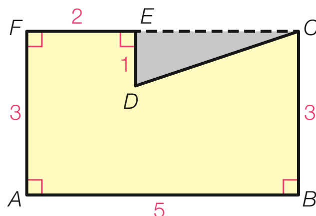
Bladzijde 81

L12 opp. $PQRS = \frac{1}{2}(20 + 40) \cdot 25 = 750$ mm^2

80 **a** De zeshoek kun je bijvoorbeeld splitsen in rechthoek $EFGD$, rechthoek $ABHG$ en $\triangle DHC$.
Dus opp. $ABCDEF$ = opp. $EFGD$ + opp. $ABHG$ + opp. $\triangle DHC$.

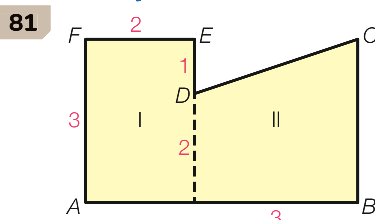


b De zeshoek kun je met $\triangle CED$ aanvullen tot rechthoek $ABCF$.
Dus opp. $ABCDEF$ = opp. $ABCF$ − opp. $\triangle CED$.



Bladzijde 82

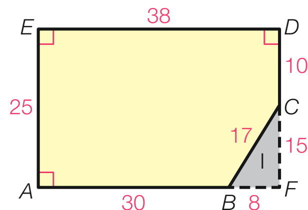
81



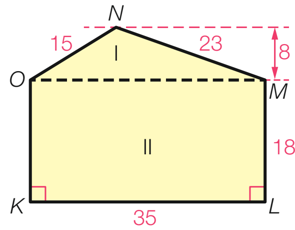
opp. figuur = opp. I + opp. II $= 3 \cdot 2 + \frac{1}{2}(2 + 3) \cdot 3 = 13\frac{1}{2}$ cm^2

*

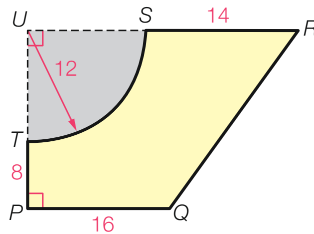
82



opp. $ABCDE$ = opp. $AFDE$ − opp. I $= 38 \cdot 25 - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 15 = 890$ mm^2

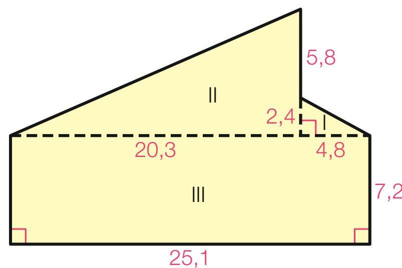


opp. $KLMNO$ = opp. I + opp. II $= \frac{1}{2} \cdot 35 \cdot 8 + 35 \cdot 18 = 770$ mm^2



opp. $PQRST$ = opp. $PQRU$ − opp. kwart cirkel $= \frac{1}{2}(16 + 26) \cdot 20 - \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 12^2 \approx 307$ mm^2

83



opp. zijgevel = opp I. + opp. II + opp. III

$= \frac{1}{2} \cdot 4{,}8 \cdot 2{,}4 + \frac{1}{2} \cdot 20{,}3 \cdot (2{,}4 + 5{,}8) + 25{,}1 \cdot 7{,}2 = 269{,}71$ m^2

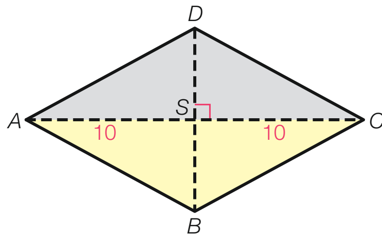
Er is $269{,}71 \cdot 160 = 43\,153{,}6$ ml $= 43{,}1536$ liter verf nodig.
Er zijn dus $43{,}1536 : 5 = 8{,}63... \approx 9$ blikken van vijf liter verf nodig.
Er moet voor $9 \cdot 60{,}20 = 541{,}80$ euro aan verf gekocht worden.

84

a $NS = LS = 15$ mm (ruit) en $\angle S = 90°$ (ruit).
opp. $KLMN = 2 \cdot$ opp. $\triangle KLN = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 23 = 690$ mm^2
Hierbij zijn de volgende eigenschappen gebruikt:
Van een ruit delen de diagonalen elkaar middendoor en staan de diagonalen loodrecht op elkaar.

b $QR = PQ = 30$ mm (vlieger)
opp. $PQRS = 2 \cdot$ opp. $\triangle PQS = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 13 = 390$ mm^2
Hierbij is de eigenschap gebruikt dat een vlieger een symmetrieas heeft.

85



opp. $\triangle ACD$ = opp. $ABCD : 2 = 120 : 2 = 60$ cm^2
opp. $\triangle ACD = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot DS = 60$ cm^2, oftewel $10 \cdot DS = 60$ en dit geeft $DS = 6$ cm.
Dus de lengte van de andere diagonaal is $2 \cdot 6 = 12$ cm.

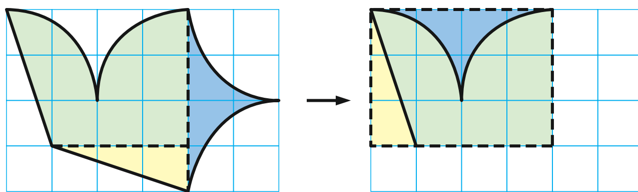
Bladzijde 83

86 opp. $ABCD = \frac{1}{2}(2p + 4p) \cdot 3p = \frac{1}{2} \cdot 6p \cdot 3p = 9p^2$

opp. $EFGH = 2q \cdot 3q = 6q^2$

opp. $PQRS = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (x + 3x) \cdot x = 4x \cdot x = 4x^2$

87

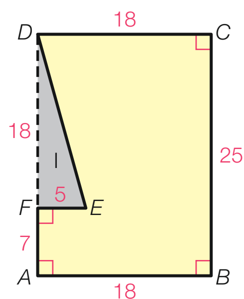


De oppervlakte van de vorm is gelijk aan de oppervlakte van
$3 \cdot 4 = 12$ roostervierkantjes.
Elk roostervierkantje heeft een oppervlakte van $192 : 12 = 16$ cm^2,
dus elk roostervierkantje heeft zijden van 4 cm. De afmetingen van
het rooster zijn dus $6 \cdot 4$ bij $4 \cdot 4$ cm, oftewel 24 bij 16 cm.

88 $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ (hoekensom driehoek), dus de drie
cirkelsectoren vormen samen een halve cirkel met straal 2 cm.
opp. gele gebied = opp. $\triangle ABC$ − opp. halve cirkel

$$= \frac{1}{2} \cdot (2 + 2 + 2) \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 2^2$$
$$\approx 5{,}7 \text{ cm}^2$$

L13



opp. $ABCDEF$ = opp. $ABCD$ − opp. I $= 18 \cdot 25 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 18 = 405$ mm^2

Gemengde opgaven

Bladzijde 84

1 **a**, **b**, **c**

2

3 **a**, **b**

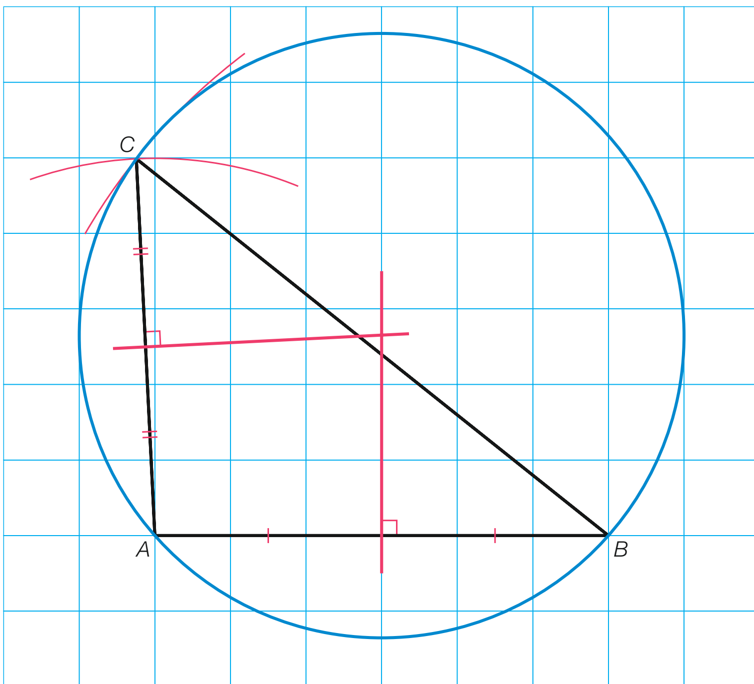
4 opp. $\triangle DEF = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 16 = 240$ mm^2
opp. $KLMN = 45 \cdot 36 = 1620$ mm^2
opp. $PQRS = \frac{1}{2}(50 + 8) \cdot 16 = 464$ mm^2

5 Noem de hoogte van $\triangle KLN$ en het trapezium h.

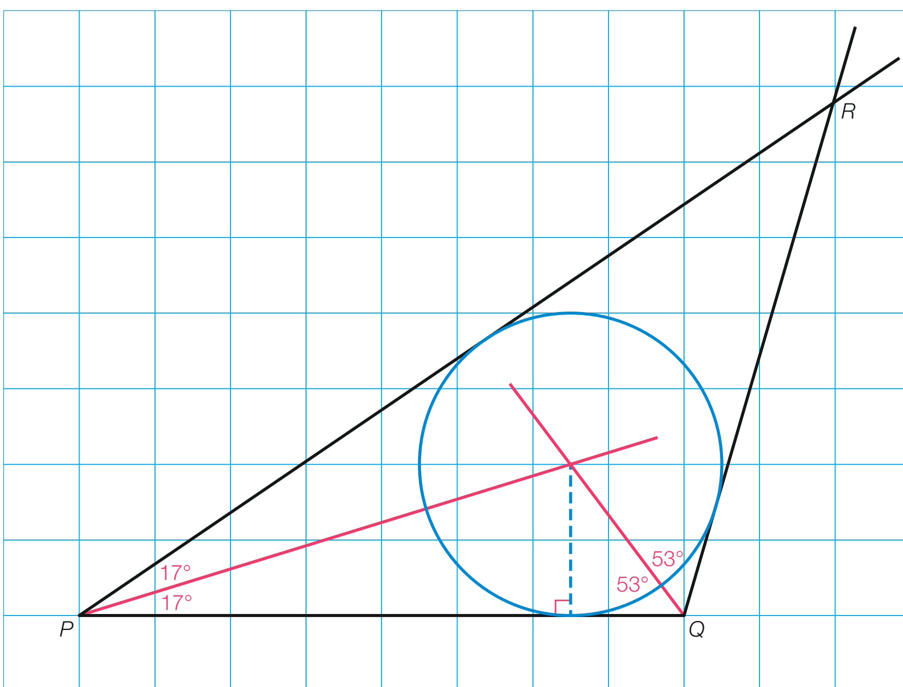
$$\left.\begin{array}{l}\text{opp. } \triangle KLN = 120 \text{ mm}^2 \\ \text{opp. } \triangle KLN = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot h\end{array}\right\} \begin{array}{l}\frac{1}{2} \cdot 20 \cdot h = 120 \\ 10h = 120 \\ h = 12\end{array}$$

Dus opp. $KLMN = \frac{1}{2}(20 + 8) \cdot 12 = 168$ mm^2.

6 **a**



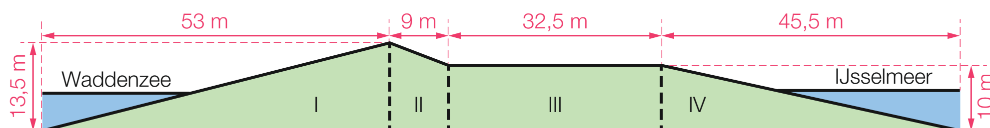
b



7

Bladzijde 85

8



oppervlakte doorsnede = opp. I + opp. II + opp. III + opp. IV

$= \frac{1}{2} \cdot 53 \cdot 13{,}5 + \frac{1}{2}(13{,}5 + 10) \cdot 9 + 32{,}5 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 45{,}5 \cdot 10$

$= 1016 \text{ m}^2$

9 opp. bodem = $1^2 = 1 \text{ dm}^2$

opp. opstaand zijvlak = $(11{,}56 - 1) : 4 = 2{,}64 \text{ dm}^2$

opp. opstaand zijvlak = $\frac{1}{2}(1 + 1{,}4) \cdot h$

$\frac{1}{2}(1 + 1{,}4) \cdot h = 2{,}64$

$1{,}2h = 2{,}64$

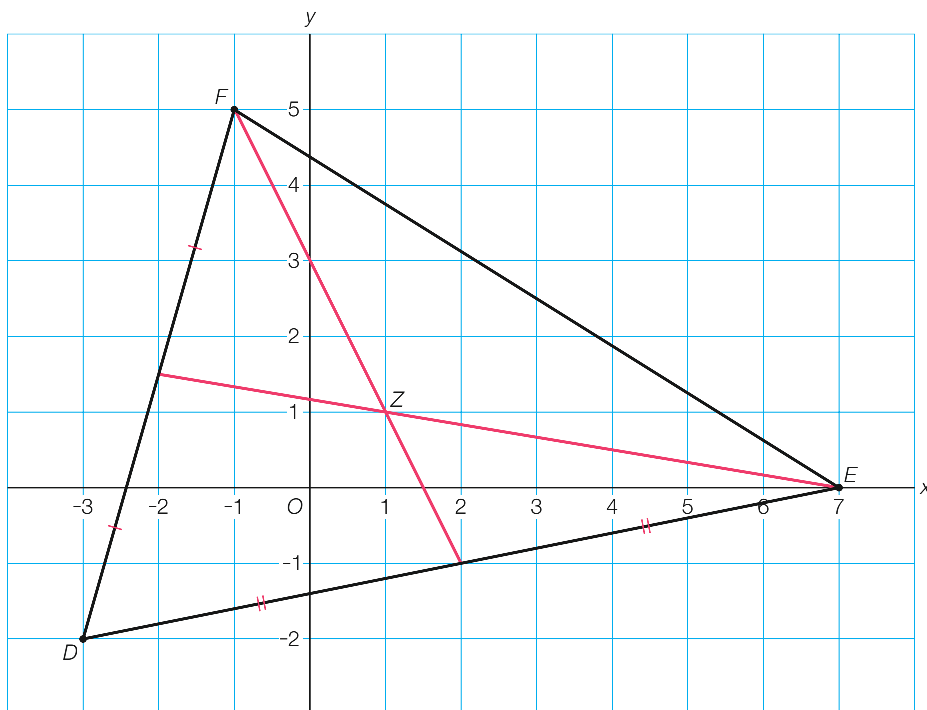
$h = 2{,}2$

Dus van elk opstaand zijvlak is de hoogte $h = 2{,}2$ dm = 22 cm.

10

11

12

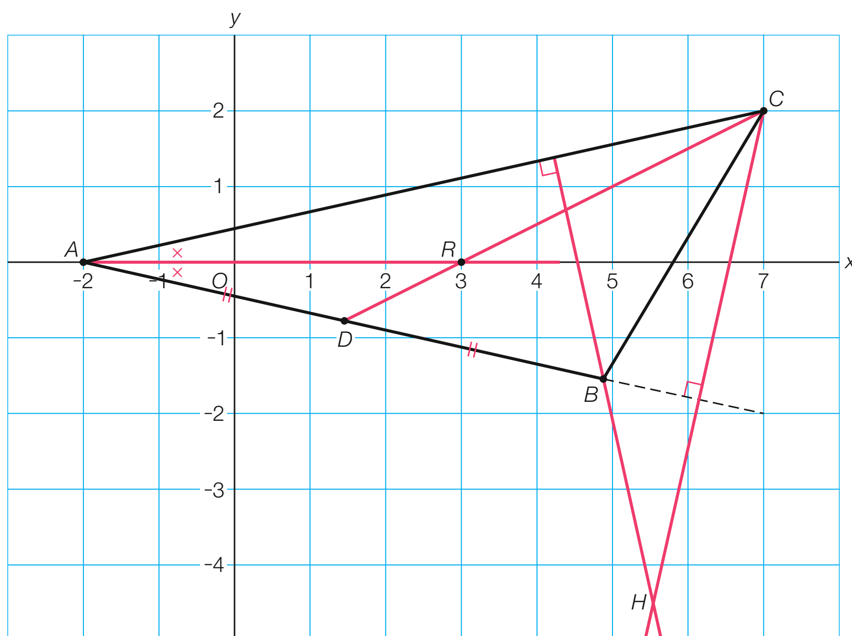


Dus het zwaartepunt is $Z(1, 1)$.

13 *Aanpak*

Teken zijde AC en het punt R.
Teken een halve lijn vanuit A, zodat de x-as symmetrieas is van $\angle A$ van $\triangle ABC$.
Teken de zwaartelijn vanuit C door R. Het snijpunt van deze zwaartelijn en de halve lijn vanuit A is het punt D.
Punt D is het midden van zijde AB. Teken punt B en maak $\triangle ABC$ af.
Teken het hoogtepunt H van $\triangle ABC$.

Uitwerking



14 opp. parallellogram $= a \cdot 4a = 4a^2$

opp. trapezium $= \frac{1}{2}(2a + 4a) \cdot 4a = \frac{1}{2} \cdot 6a \cdot 4a = 12a^2$

opp. vlieger $= 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4a \cdot a = 4a^2$

15 opp. gele gebied $AECD$ = opp. trapezium $ABCD$ − opp. kwart cirkel

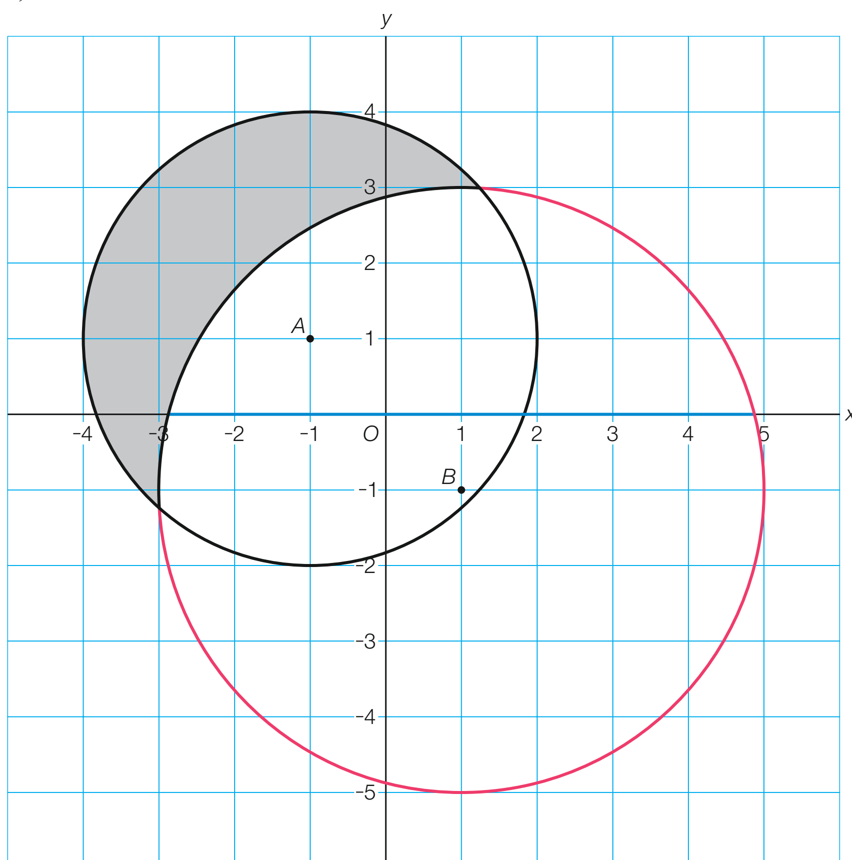
$= \frac{1}{2}(6 + 5) \cdot 4 - \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 4^2$

$\approx 9{,}4 \text{ cm}^2$

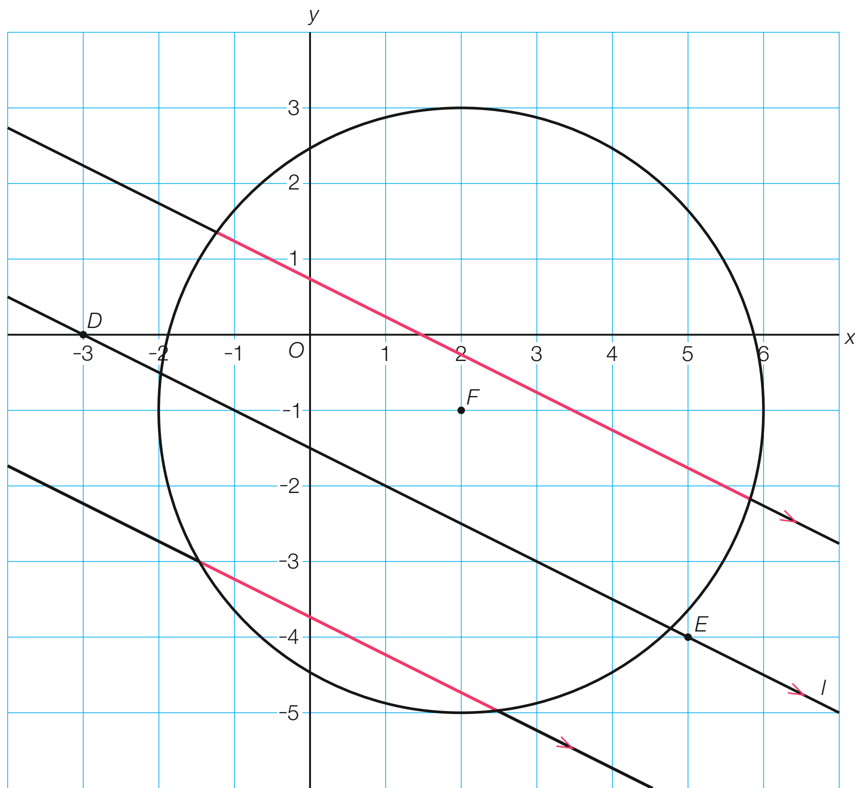
Diagnostische toets

Bladzijde 88

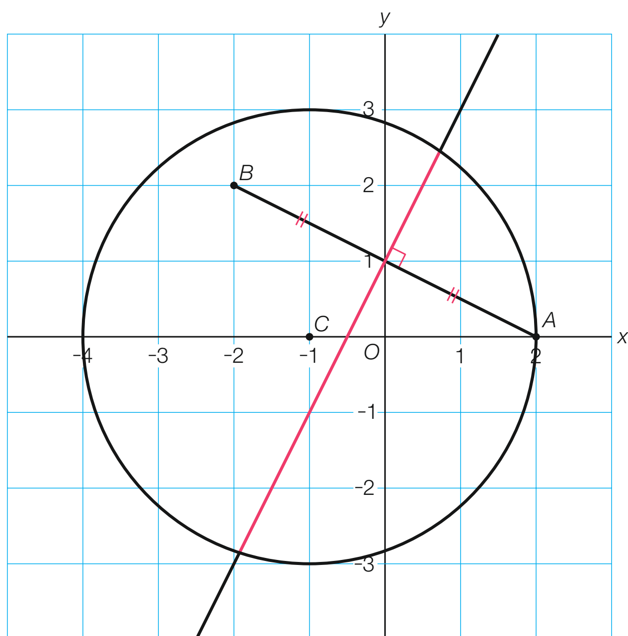
1 **a**, **b**, **c**



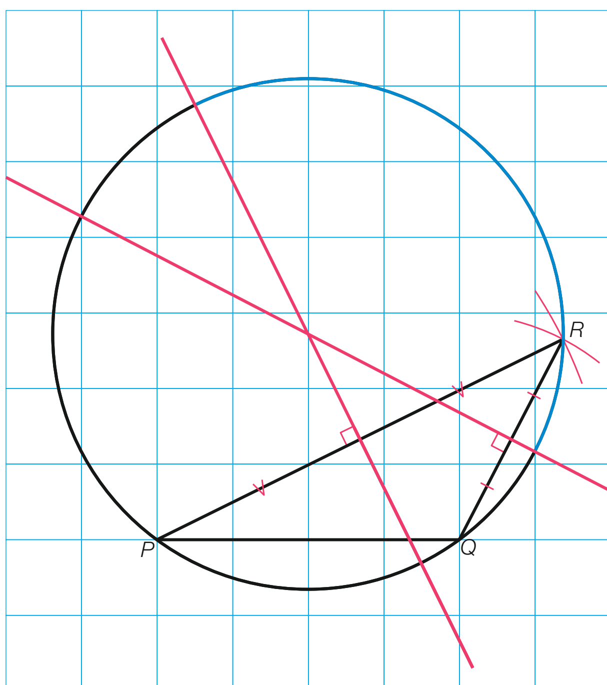
2



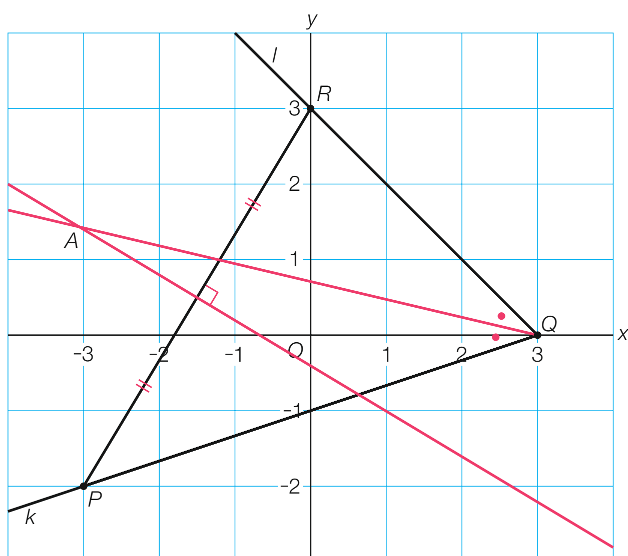
3



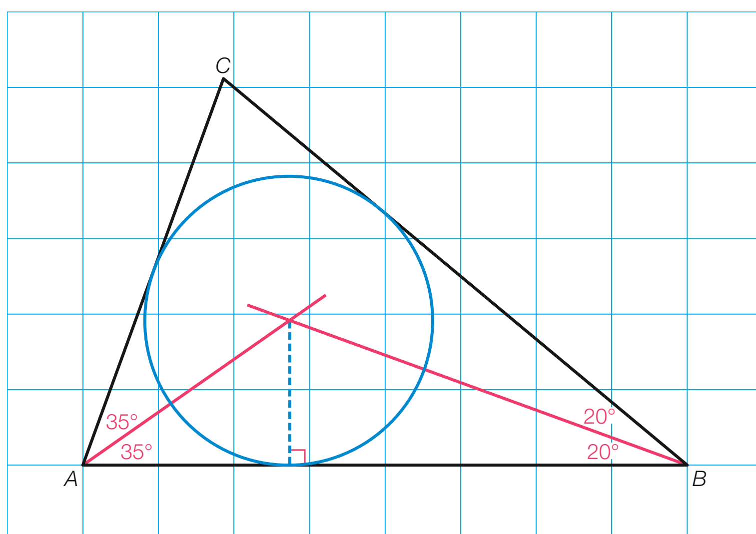
4 a, b



5 a, b



6



7

8

9 opp. driehoek I $= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 = 4{,}5$ cm^2

opp. driehoek II $= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$ cm^2

opp. driehoek III $= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 3$ cm^2

opp. driehoek IV $= \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4 = 2$ cm^2

Bladzijde 89

10 opp. $\triangle PQR = \frac{1}{2} \cdot 35 \cdot 24 = 420$ mm^2

opp. $\triangle PQR = \frac{1}{2} \cdot 51 \cdot RT$

$\frac{1}{2} \cdot 51 \cdot RT = 420$

$51 \cdot RT = 840$

$RT = 16{,}47\ldots$

Dus $RT \approx 16{,}5$ mm.

11 opp. $ABCD = 32 \cdot 29 = 928$ mm^2
opp. $PQRS = 25 \cdot 39 = 975$ mm^2

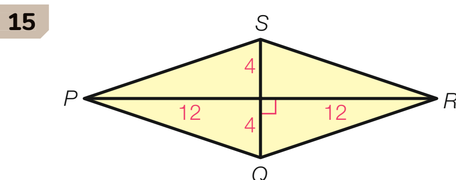
12 $\left.\begin{array}{l}\text{opp. } ABCD = 8 \cdot 4 = 32 \text{ cm}^2 \\ \text{opp. } ABCD = 5 \cdot BE\end{array}\right\} \begin{array}{l} 5 \cdot BE = 32 \\ BE = 6{,}4 \end{array}$

Dus $BE = 6{,}4$ cm.

13 opp. $ABCD = \frac{1}{2}(18 + 46) \cdot 24 = 768$ mm^2
opp. $PQRS = \frac{1}{2}(10 + 40) \cdot 30 = 750$ mm^2

14 opp. $ABCDE$ = opp. $\triangle BCD$ + opp. $ABDE$
$= \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 16 + \frac{1}{2}(24 + 20) \cdot 18$
$= 540$ mm^2

15

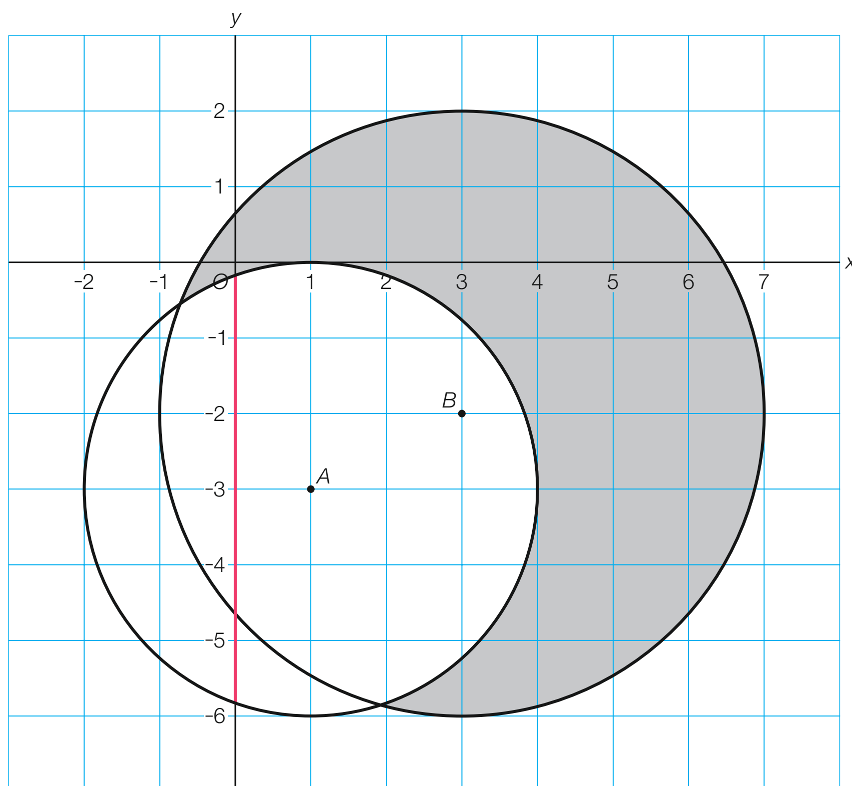


opp. $PQRS = 2 \cdot$ opp. $\triangle PRS = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 4 = 96$ cm^2

Herhaling

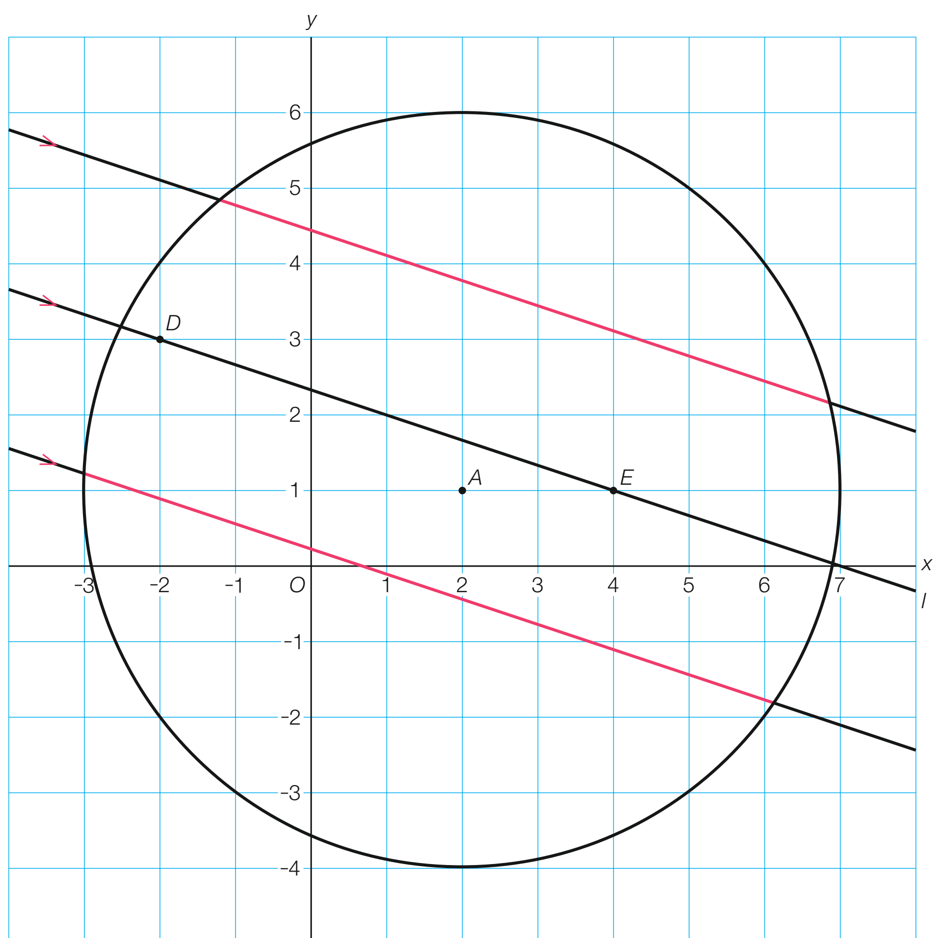
Bladzijde 90

1 **a**, **d**, **e**

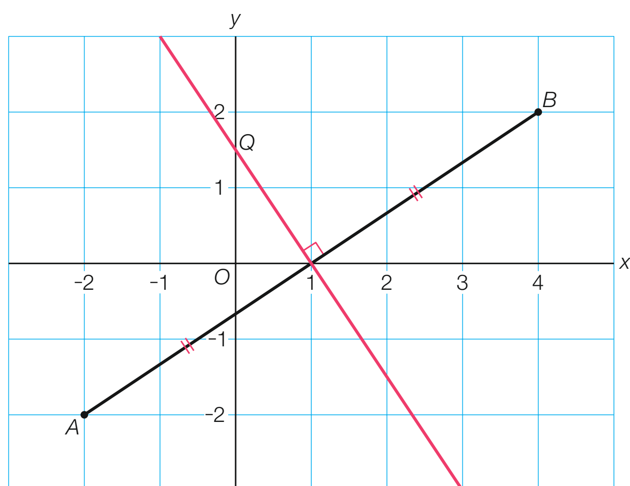


b Deze punten liggen in het buitengebied van ⊙(A, 3 cm).
c Deze punten liggen in het binnengebied van ⊙(B, 4 cm).

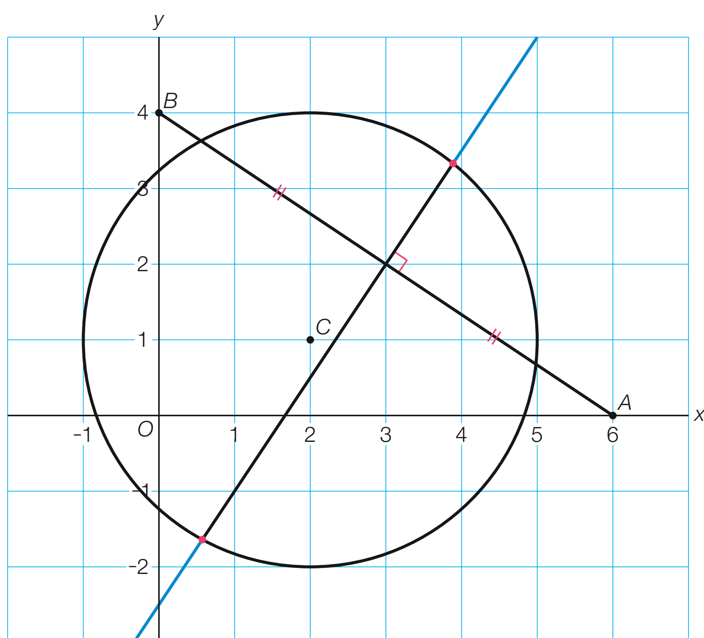
2 a, b, c, d



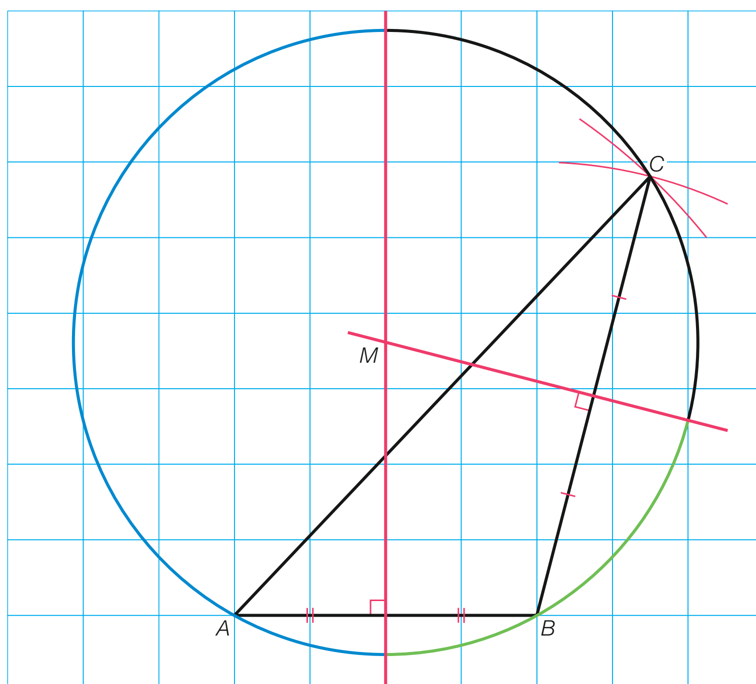
3 a, b, c



4 **a, b, c**



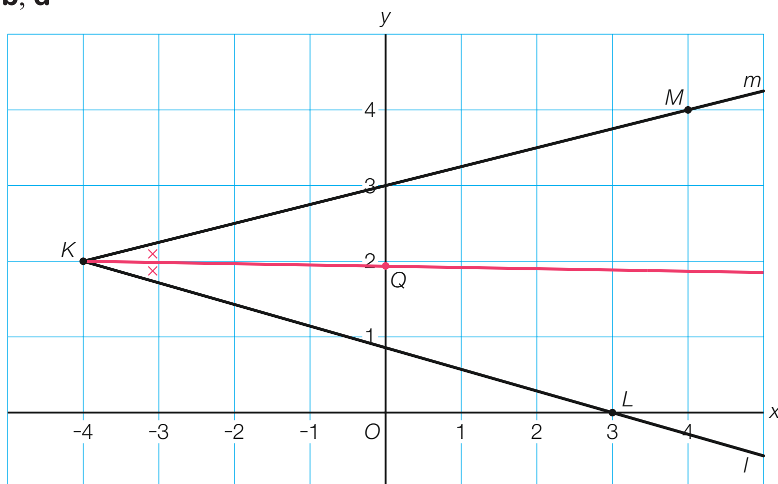
5 **a, b, c, e, f**



d De cirkel gaat door de hoekpunten van $\triangle ABC$ en is dus de omgeschreven cirkel van $\triangle ABC$.

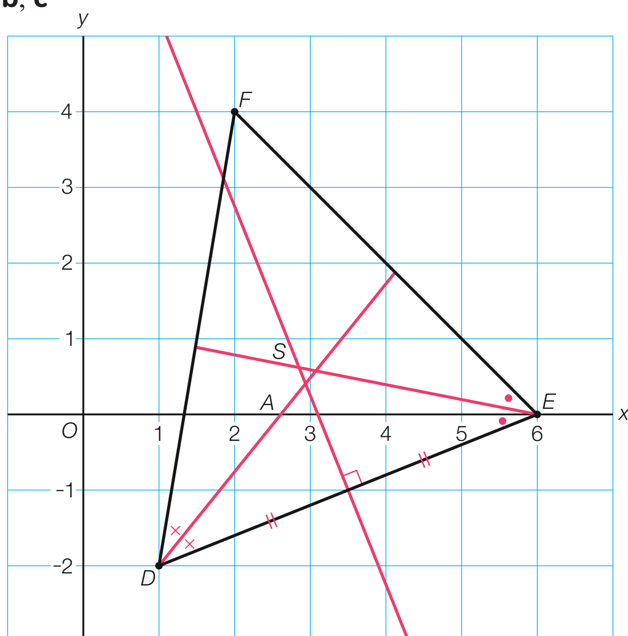
Bladzijde 91

6 a, b, d

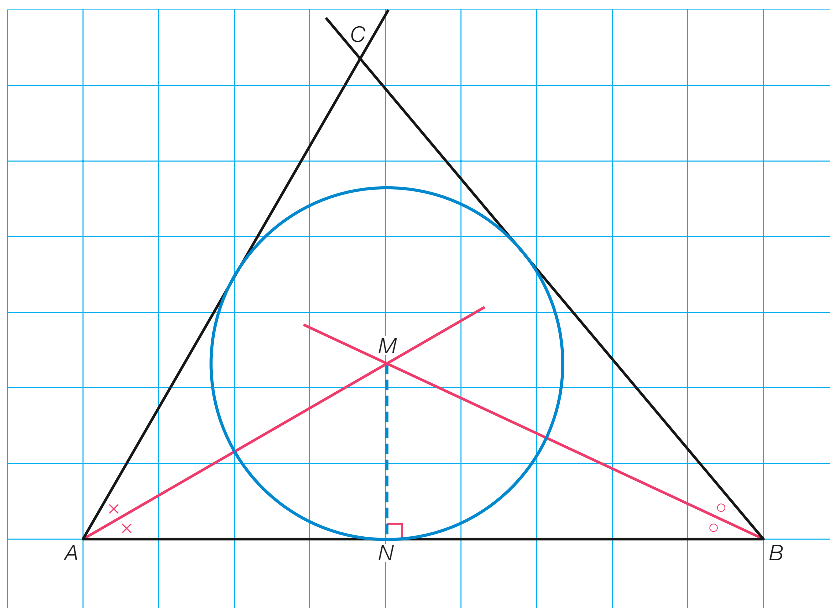


c Deze halve lijn is de bissectrice van $\angle K$.

7 a, b, c

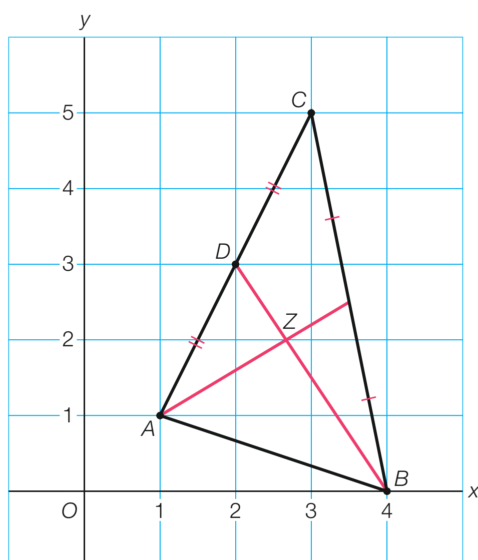


8 a, b, c, d



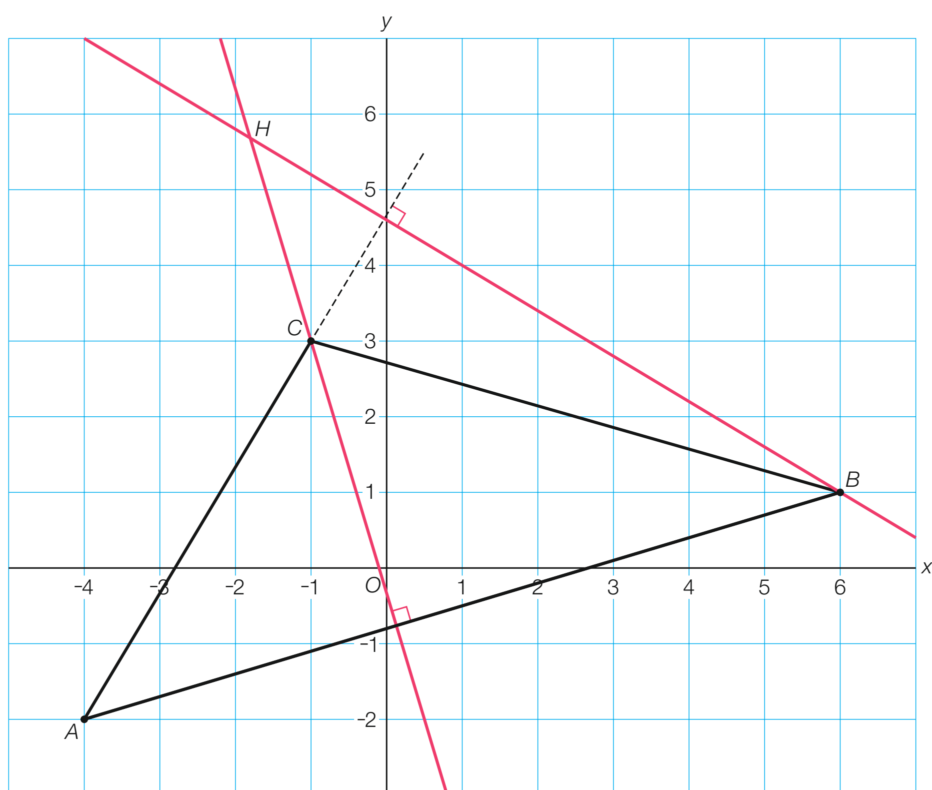
e De cirkel raakt de drie zijden van $\triangle ABC$ en is dus de ingeschreven cirkel van $\triangle ABC$.

9 **a**, **b**, **c**



c D is het midden van zijde AC.

10 **a**, **b**, **c**, **d**



d Dit punt heet het hoogtepunt van $\triangle ABC$.

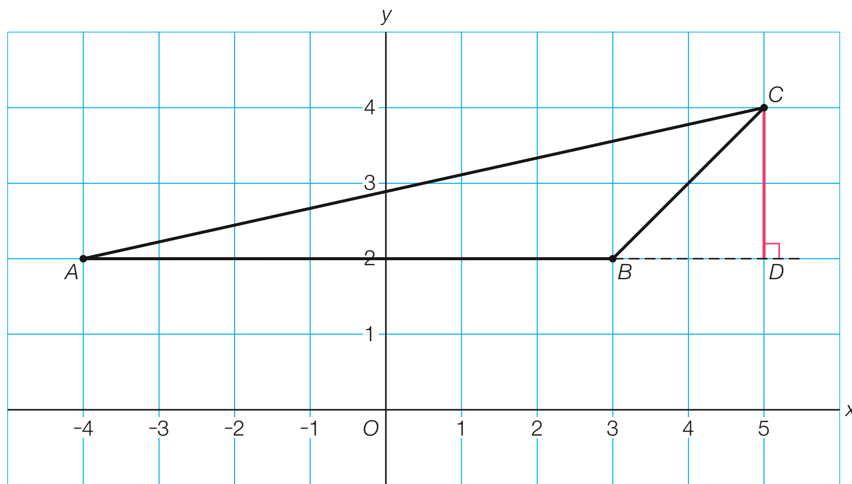
Bladzijde 92

11 opp. $\triangle DEF = \frac{1}{2} \cdot 2{,}8 \cdot 2{,}2 = 3{,}08 \text{ cm}^2$

opp. $\triangle KLM = \frac{1}{2} \cdot 3{,}2 \cdot 2 = 3{,}2 \text{ cm}^2$

opp. $\triangle PQR = \frac{1}{2} \cdot 3{,}7 \cdot 1{,}8 = 3{,}33 \text{ cm}^2$

12 **a**, **b**



b Van zijde AB weet je zonder te meten de lengte.

c $CD = 2$ cm

opp. $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 2 = 7$ cm^2

13 opp. driehoek I $= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 = 3$ cm^2

opp. driehoek II $= \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 1$ cm^2

opp. driehoek III $= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$ cm^2

opp. driehoek IV $= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 3$ cm^2

opp. driehoek V $= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1 = 2$ cm^2

opp. driehoek VI $= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$ cm^2

14 **a** CD is de hoogte die bij zijde AB hoort.

opp. $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 56 \cdot 30 = 840$ mm^2

b BE is de hoogte die bij zijde AC hoort.

opp. $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BE$

c $\left.\begin{array}{l}\text{opp. } \triangle ABC = 840 \text{ mm}^2 \\ \text{opp. } \triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 78 \cdot BE\end{array}\right\} \frac{1}{2} \cdot 78 \cdot BE = 840$

$39 \cdot BE = 840$

$BE = 21{,}53\ldots$

Dus $BE \approx 21{,}5$ mm.

15 opp. $FGHI = 41 \cdot 30 = 1230$ mm^2

opp. $KLMN = 32 \cdot 17 = 544$ mm^2

opp. $PQRS = 20 \cdot 40 = 800$ mm^2

Bladzijde 93

16 **a** opp. $PQRS = 6 \cdot 9 = 54$ cm^2.

b $\left.\begin{array}{l}\text{opp. } PQRS = 54 \text{ cm}^2 \\ \text{opp. } PQRS = 10 \cdot TU\end{array}\right\} 10 \cdot TU = 54$

$TU = 5{,}4$

Dus $TU = 5{,}4$ cm.

17 opp. $FGHI = \frac{1}{2}(20 + 50) \cdot 25 = 875$ mm^2

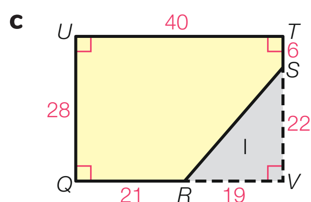
opp. $KLMN = \frac{1}{2}(16 + 41) \cdot 31 = 883{,}5$ mm^2

opp. $PQRS = \frac{1}{2}(17 + 38) \cdot 28 = 770$ mm^2

18 **a** opp. $ABCDE$ = opp. $ABFG$ − opp. I − opp. II
$= 38 \cdot 25 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 25 - \frac{1}{2} \cdot (38 - 20) \cdot (25 - 8)$
$= 734{,}5 \text{ mm}^2$

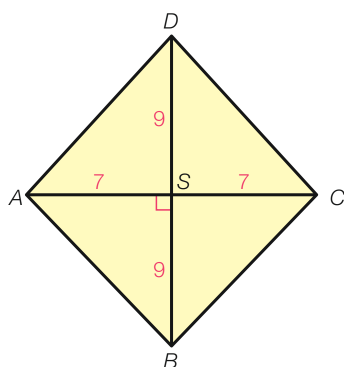
b opp. $KLMNO$ = opp. I + opp. II
$= \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 15 + \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot (6 + 15)$
$= 306 \text{ mm}^2$

c



opp. $QRSTU$ = opp. $QVTU$ − opp. I
$= 40 \cdot 28 - \frac{1}{2} \cdot 19 \cdot 22$
$= 911 \text{ mm}^2$

19 **a**



b $AS = CS = 14 : 2 = 7$ cm en $BS = DS = 18 : 2 = 9$ cm.

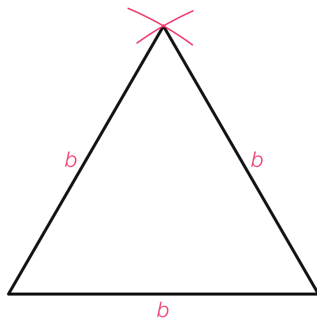
c AC en BD maken een rechte hoek met elkaar.

d Diagonaal AC splitst de ruit in $\triangle ABC$ en $\triangle ACD$.
opp. $ABCD = 2 \cdot$ opp. $\triangle ACD = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 9 = 126 \text{ cm}^2$

Onderzoek **Construeren**

Bladzijde 94

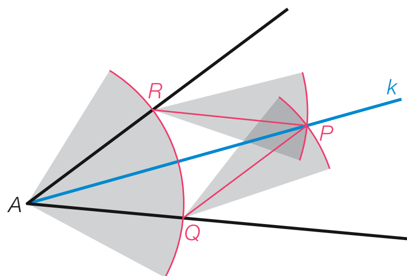
1



Bladzijde 95

2 **a** Teken een cirkelboog met middelpunt A en een willekeurige straal.
Deze cirkel snijdt de benen van $\angle A$ in de punten Q en R.
Teken vervolgens een cirkelboog met middelpunt Q en straal AQ
en een cirkelboog met middelpunt R en straal AQ.
Het snijpunt van deze twee cirkelbogen is het punt P.

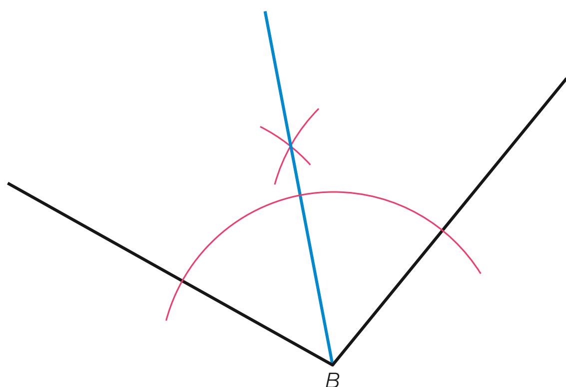
b



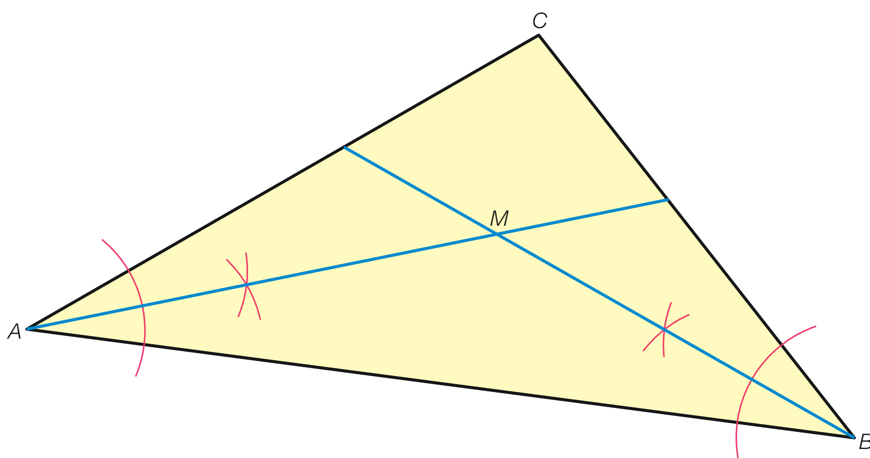
$AQ = QP = PR = AR$, dus vierhoek $AQPR$ is een ruit.

c Uit de eigenschap van de ruit *de diagonalen delen de hoeken middendoor* volgt dat k de bissectrice van $\angle A$ is.

3



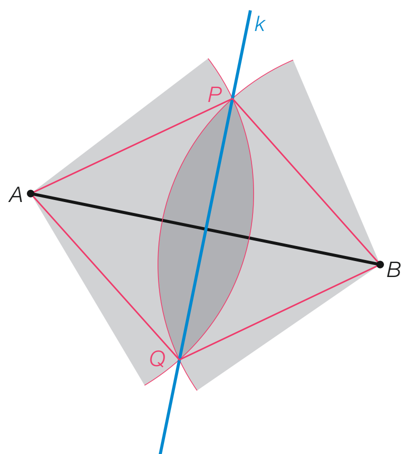
4



Bladzijde 96

5 **a** Teken een cirkelboog met middelpunt A en een straal groter dan de helft van de lengte van AB.
Teken een cirkelboog met middelpunt B en die dezelfde straal heeft als de andere getekende cirkelboog.
De cirkelbogen snijden elkaar in de punten P en Q.

b

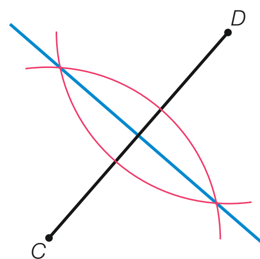


$AQ = BQ = BP = AP$, dus vierhoek $AQBP$ is een ruit.

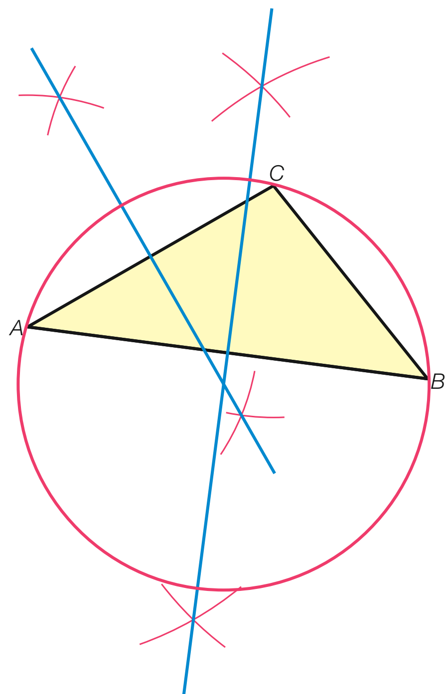
c Uit de eigenschappen van de ruit
- de diagonalen delen elkaar middendoor
- de diagonalen staan loodrecht op elkaar

volgt dat k de middelloodlijn van lijnstuk AB is.

6



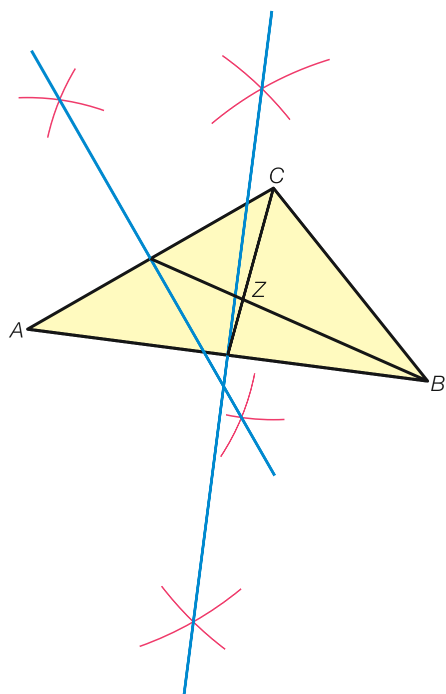
7



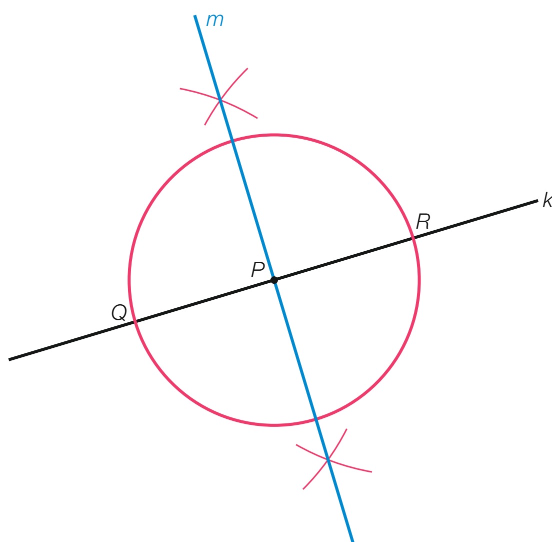
Bladzijde 97

8 *Aanpak*
Construeer de middelloodlijnen van de zijden AB en AC.
Deze middelloodlijnen gaan door de middens van AB en AC.
Daarmee kun je de zwaartelijnen uit C en B tekenen.
Het snijpunt van deze zwaartelijnen is het zwaartepunt Z van $\triangle ABC$.

Uitwerking



9 **a**, **b**



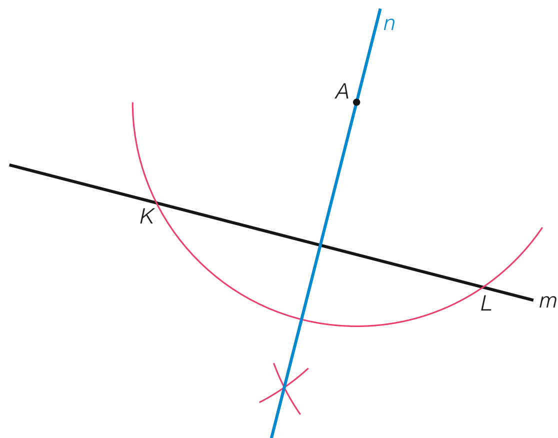
b *Aanpak*
P is het midden van lijnstuk QR, dus construeer de middelloodlijn m van lijnstuk QR.
m gaat door het midden P van QR en staat loodrecht op QR en dus loodrecht op k.

Bladzijde 98

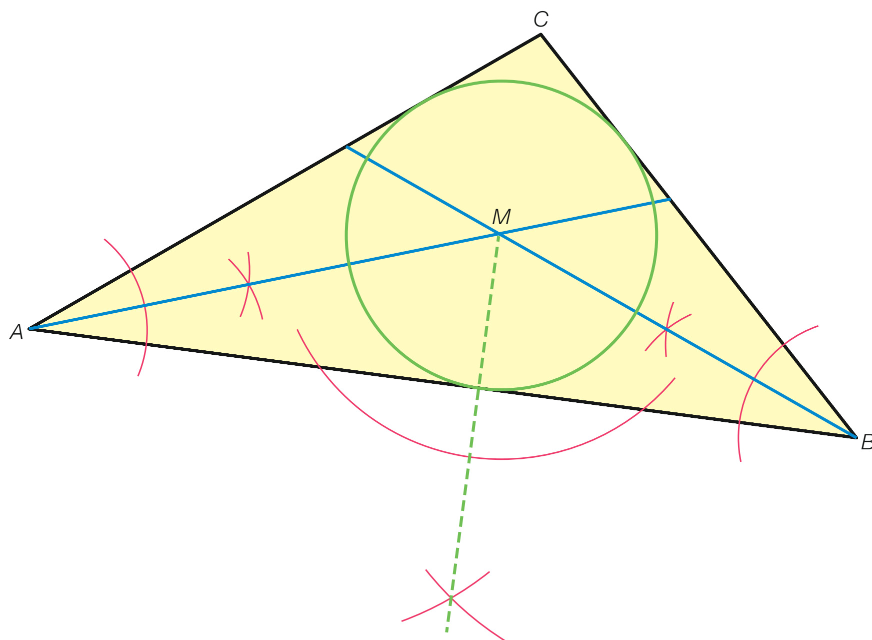
10 *Aanpak*

Teken een deel van een cirkel met middelpunt A en een straal zo, dat de cirkel de lijn m in de punten K en L snijdt.
Construeer de middelloodlijn van lijnstuk KL met cirkelbogen met middelpunten K en L en straal AK.
Op deze manier gaat de middelloodlijn van lijnstuk KL door A, en heb je dus lijn n door A loodrecht op m geconstrueerd.

Uitwerking

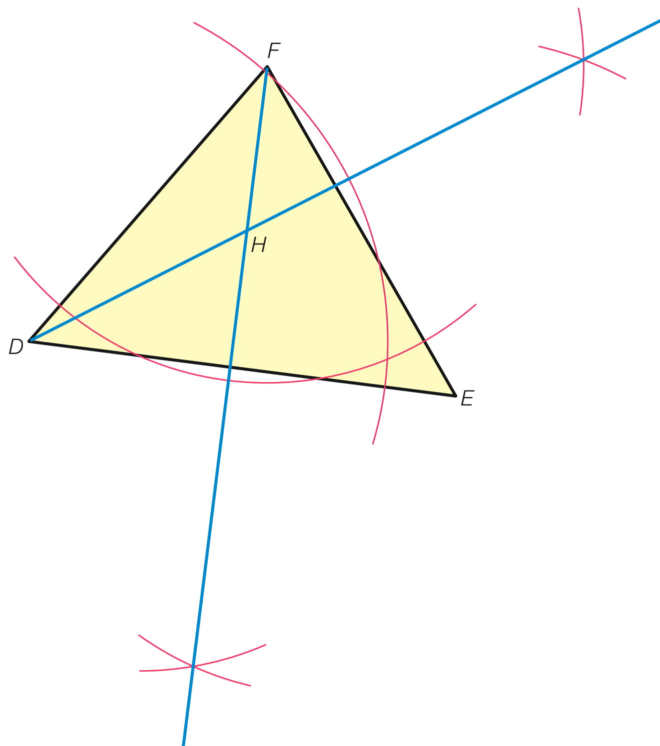


11



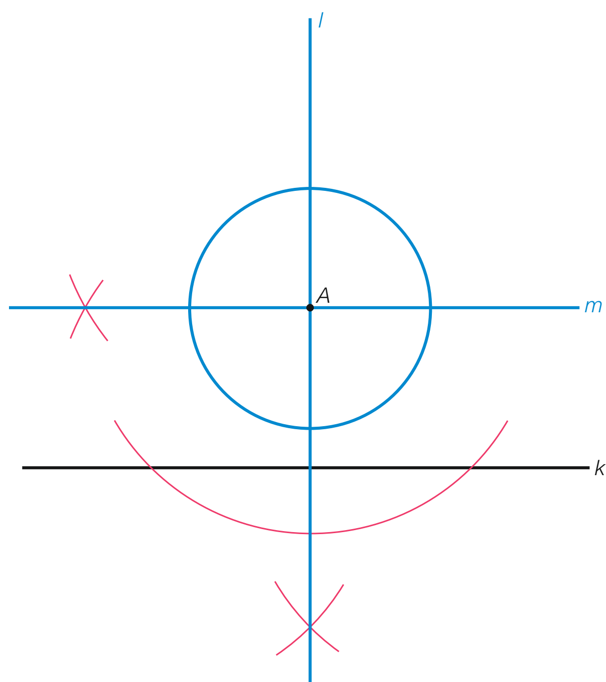
12 *Aanpak*
Construeer op de manier van opgave 10 door D de lijn loodrecht op EF en door F de lijn loodrecht op DE. Je hebt zo twee hoogtelijnen van $\triangle DEF$ geconstrueerd. Het snijpunt hiervan is het hoogtepunt van $\triangle DEF$.

Uitwerking



13 *Aanpak*
Construeer op de manier van opgave 10 de lijn l door A loodrecht op k.
Construeer op de manier van opgave 9 de lijn m door A loodrecht op l.
Nu is lijn m evenwijdig met lijn k.

Uitwerking

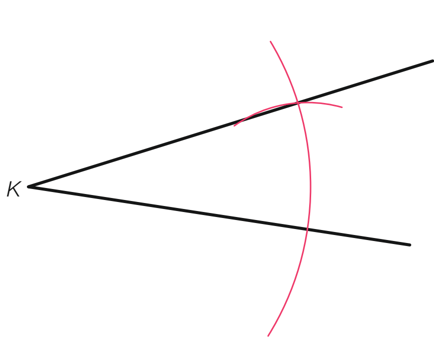


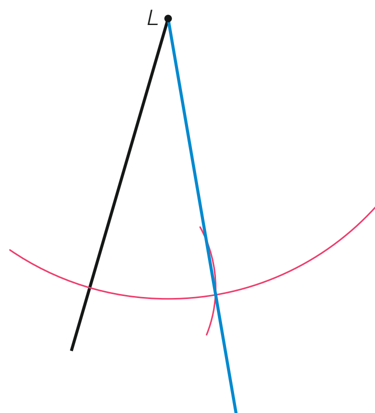
Bladzijde 99

14 *Constructie in figuur 2.104*

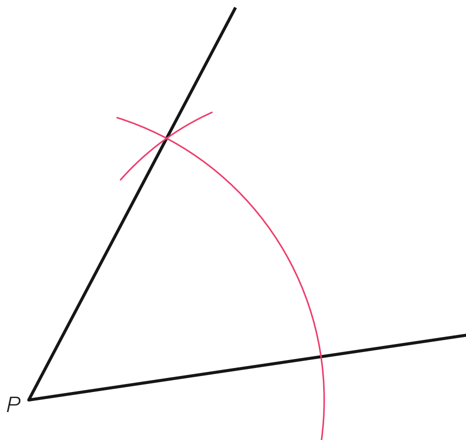
Teken een cirkelboog met middelpunt A en een willekeurige straal.
De cirkelboog snijdt de benen van $\angle A$ in de punten P en Q.
Teken een cirkelboog met middelpunt B en straal AP. Deze cirkelboog snijdt de halve lijn met eindpunt B in punt R.
Teken een cirkelboog met middelpunt R en straal PQ. Deze cirkelboog snijdt de cirkelboog van de vorige stap in punt S.
Teken de halve lijn met eindpunt B door S.
Je hebt $\angle B$ geconstrueerd waarvoor geldt $\angle B = \angle A$.

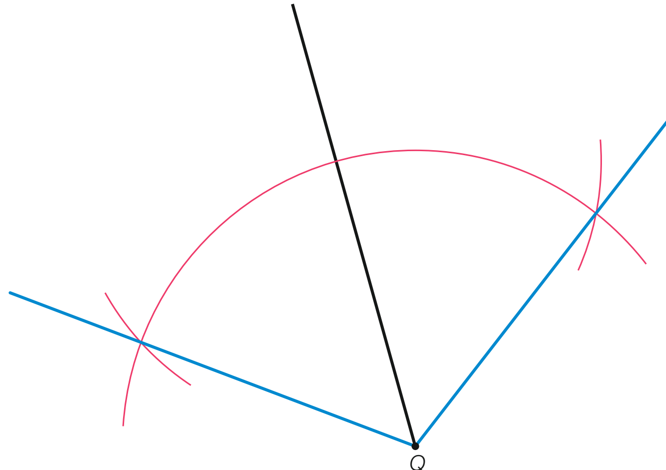
Uitwerking





15

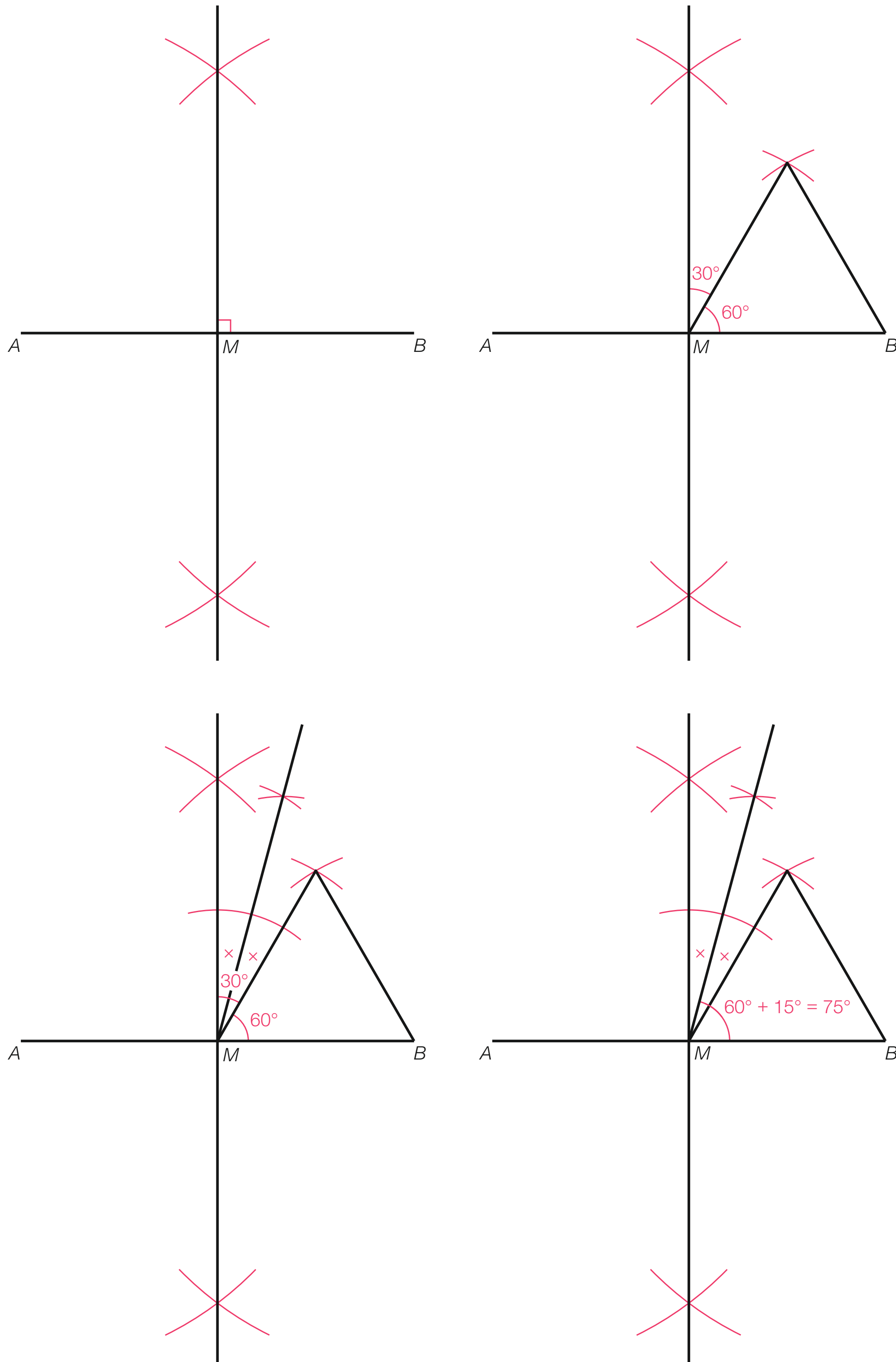




16 *Aanpak*

Teken een lijnstuk *AB* en construeer hiervan de middelloodlijn *m*.
Zo krijg je een hoek *M* van 90°.
Construeer een gelijkzijdige driehoek waarvan *BM* een zijde is.
In een gelijkzijdige driehoek zijn alle hoeken even groot, oftewel elke hoek is 180°: 3 = 60° (hoekensom driehoek).
Construeer de bissectrice van de hoek van 30°.
Je krijgt een hoek van 60° + 15° = 75°.

Uitwerking



3 Lineaire formules en vergelijkingen

Voorkennis Grafiek bij formule

Bladzijde 102

1 **a** Een rit van 6 km, dus $k = 6$.
Je betaalt $P = 2 \cdot 6 + 10 = 12 + 10 = 22$ euro.

b

k	0	2	4	6	8	10	12
P	10	14	18	22	26	30	34

c Zie de figuur hiernaast.

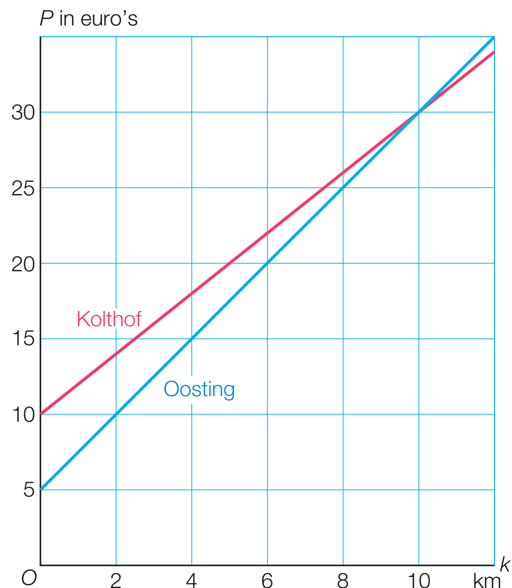
d

k	0	2	4	6	8	10	12
P	5	10	15	20	25	30	35

Zie de figuur hiernaast.

e Aflezen bij $P = 20$ geeft $k = 6$.
Dus de rit van meneer Huisman was 6 km.

f In de tabellen en in de figuur kun je aflezen dat Kolthof en Oosting bij 10 km even duur zijn.



2 **a** Voor $x = -2$ is $y = 1{,}5 \cdot -2 - 1 = -3 - 1 = -4$.

b

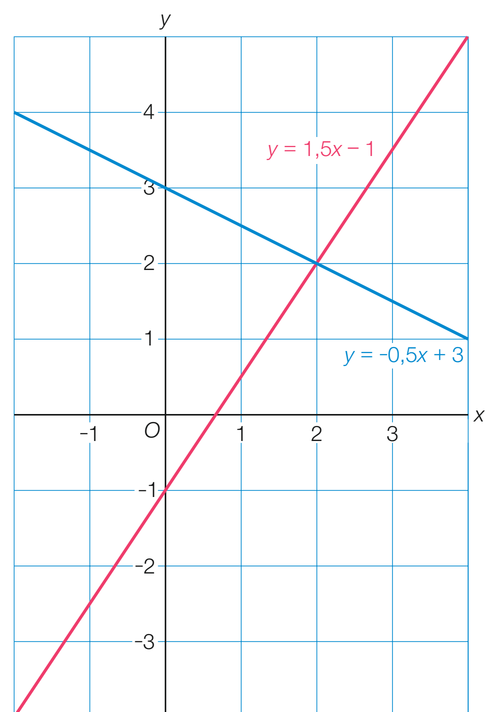
x	−2	−1	0	1	2	3	4
y	−4	−2,5	−1	0,5	2	3,5	5

Zie de figuur hiernaast.

c

x	−2	−1	0	1	2	3	4
y	4	3,5	3	2,5	2	1,5	1

Zie de figuur hiernaast.



3.1 Lineaire formules

Bladzijde 103

1 **a** De grafiek is een lijn.
b Je hebt twee punten nodig om de grafiek te tekenen.

Bladzijde 104

2 **a** Voor $x = 0$ is het makkelijk om de bijbehorende y te berekenen.
b Voor $x = 5$ krijg je geen gehele waarde van y als uitkomst.

3 **a** $y = -2x + 4$

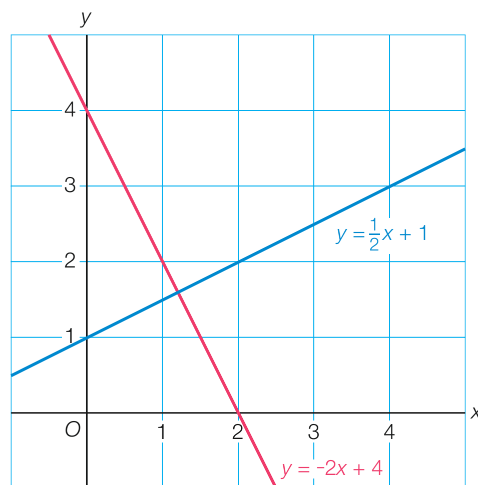
x	0	2
y	4	0

Zie de figuur hiernaast.

b $y = \frac{1}{2}x + 1$

x	0	4
y	1	3

Zie de figuur hiernaast.



4 $y = 2x - 3$

x	0	3
y	-3	3

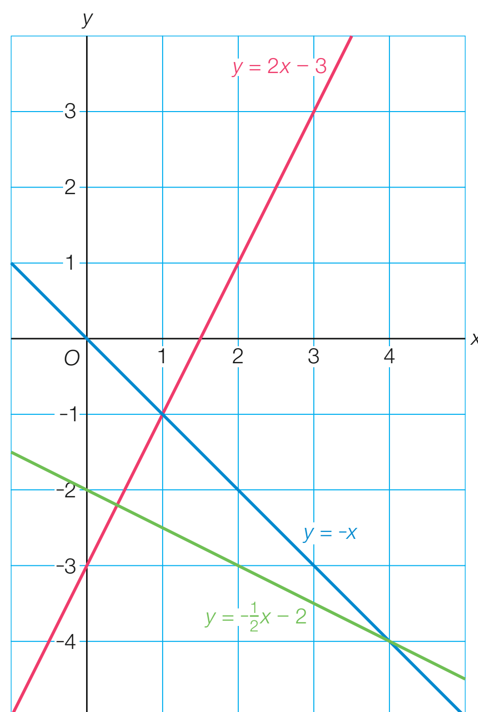
$y = -x$

x	0	4
y	0	-4

$y = -\frac{1}{2}x - 2$

x	0	4
y	-2	-4

Zie de figuur hiernaast.



5 **a** $y = -1\frac{1}{2}x + 2$

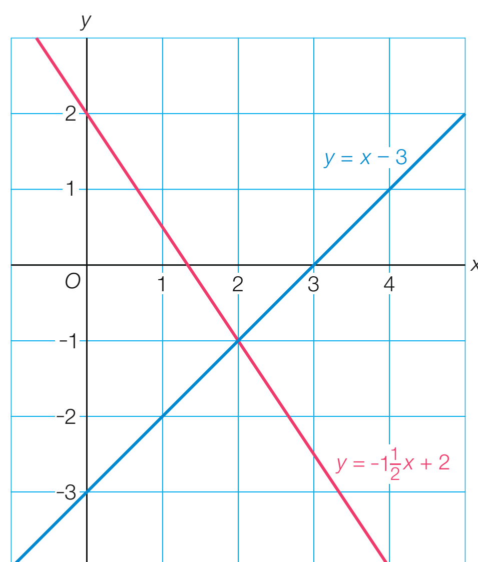
x	0	4
y	2	-4

$y = x - 3$

x	0	4
y	-3	1

Zie de figuur hiernaast.

b Het snijpunt is (2, -1).



6 **a** De letter k in de formule staat voor het aantal kwartier dat CompuService aan een klus heeft gewerkt. Dat aantal kan niet negatief zijn. Daarom mag je voor k geen negatief getal invullen.

b

k	0	8
B	40	160

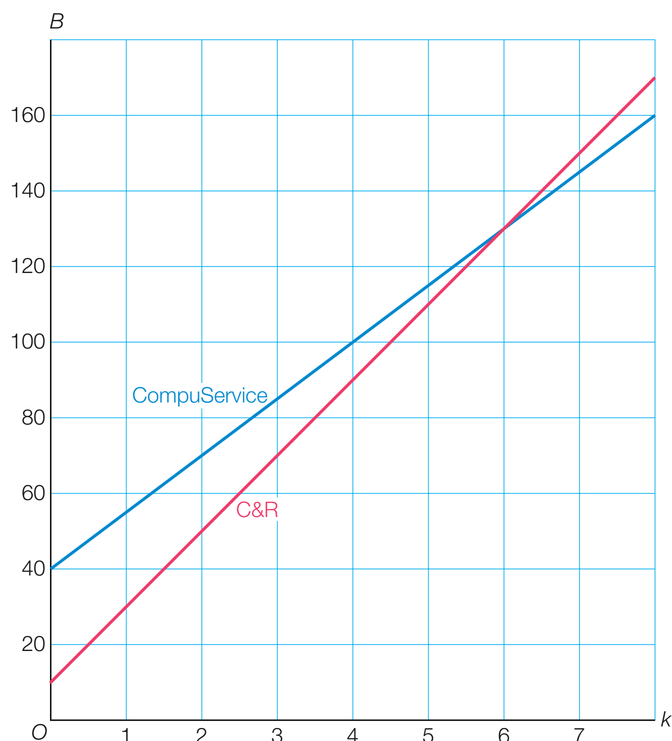
Zie de figuur hiernaast.

c

k	0	8
B	10	170

Zie de figuur hiernaast.

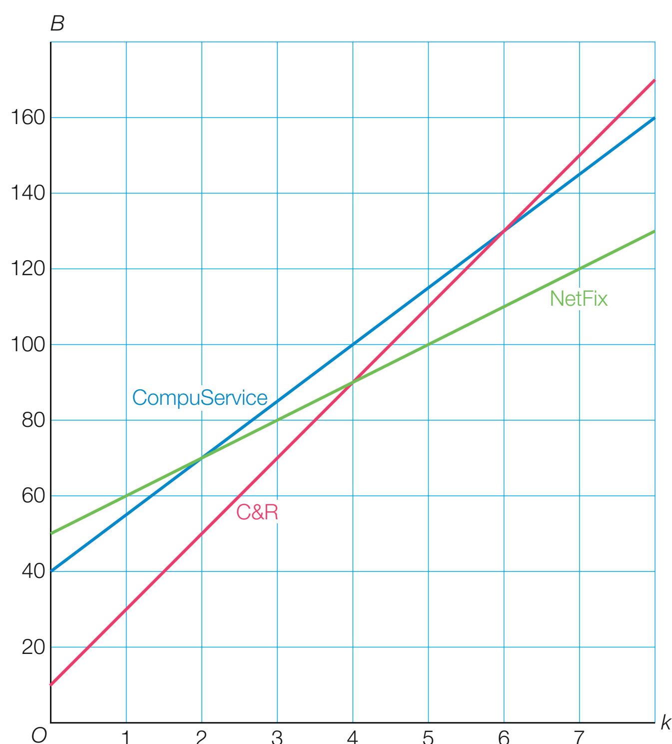
d Bij zes kwartier werken zijn de bedrijven even duur. Dus bij $6 \cdot 15 = 90$ minuten.



7

k	0	7
B	50	120

Zie de figuur hiernaast.
Na $k = 4$ ligt de grafiek van NetFix onder de andere twee grafieken. Dus als de klus langer duurt dan 4 kwartier, oftewel 1 uur, is NetFix de goedkoopste.



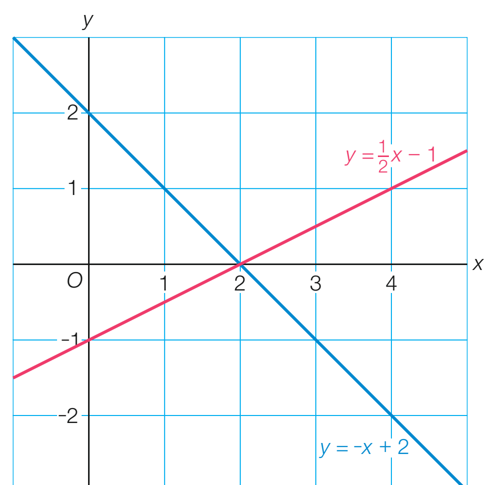
L1 $y = -x + 2$

x	0	4
y	2	-2

$y = \frac{1}{2}x - 1$

x	0	4
y	-1	1

Zie de figuur hiernaast.



Bladzijde 105

8 **a** $x = 1$ geeft $y = 3 \cdot 1 - 7 = 3 - 7 = -4$, dus B ligt op de grafiek.
b $x = -5$ geeft $y = -1 \cdot -5 - 3 = 5 - 3 = 2 \neq -8$, dus C ligt niet op de grafiek.

9 **a** $x = 4$ geeft $y = -\frac{3}{4} \cdot 4 + 1 = -3 + 1 = -2$, dus P ligt op de grafiek.
$x = 20$ geeft $y = -\frac{3}{4} \cdot 20 + 1 = -15 + 1 = -14 \neq 16$, dus Q ligt niet op de grafiek.
$x = -100$ geeft $y = -\frac{3}{4} \cdot -100 + 1 = 75 + 1 = 76$, dus R ligt op de grafiek.
b $x = -8$ geeft $y = -\frac{3}{4} \cdot -8 + 1 = 6 + 1 = 7$, dus de y-coördinaat van S is 7.

10 **a** $x = -4$ geeft $y = \frac{1}{4} \cdot -4 - 1 = -1 - 1 = -2$, dus $p = -2$.
b $x = 5$ geeft $y = -3 \cdot 5 + 8 = -15 + 8 = -7$, dus $q \neq -7$.

11 **a** $x = 2$ en $y = 8$ geeft $2a = 8$, dus $a = 4$.
b $x = -4$ en $y = 18$ geeft $-2 \cdot -4 + b = 18$ oftewel $8 + b = 18$, dus $b = 10$.

12 $S(-1, p)$ ligt op de grafiek van $y = -2x + 6$.
Invullen van $x = -1$ en $y = p$ in de formule geeft $p = -2 \cdot -1 + 6 = 2 + 6 = 8$.
Dus $S(-1, 8)$.
$S(-1, 8)$ op de grafiek van $y = 3x + b$ geeft $3 \cdot -1 + b = 8$ oftewel $-3 + b = 8$,
dus $b = 11$.

L2 **a** $x = -10$ geeft $y = -5 \cdot -10 + 3 = 50 + 3 = 53 \neq -53$
Dus A ligt niet op de grafiek.
b $x = 4$ geeft $y = -5 \cdot 4 + 3 = -20 + 3 = -17$
Dus B ligt op de grafiek.

13 **a** $a = -4$ en $b = 7$
b $a = 2$ en $b = -3$

Bladzijde 107

14 **a** De richtingscoëfficiënt is $-\frac{1}{2}$ en het snijpunt met de y-as is $(0, -4)$.
b Voor de lijn geldt: ga je 1 naar rechts, dan ga je $\frac{1}{2}$ omlaag.
c De lijn is dalend.

15 **a** De richtingscoëfficiënt is 1 en het snijpunt met de y-as is $(0, 0)$.
b De richtingscoëfficiënt is 0 en het snijpunt met de y-as is $(0, 2)$.
c De richtingscoëfficiënt is 2 en het snijpunt met de y-as is $(0, 3)$.

16 **a** De lijnen $y = 2x + 2$ en $y = \frac{1}{2}x + 2$ snijden de y-as in hetzelfde punt.
In beide formules is de term zonder x hetzelfde, namelijk 2.
b De lijnen $y = \frac{1}{2}x - 3$ en $y = \frac{1}{2}x + 2$ zijn evenwijdig.
In beide formules is de richtingscoëfficiënt hetzelfde, namelijk $\frac{1}{2}$.

17 **a** De lijnen I en III en de lijnen IV en V zijn evenwijdig.
b De lijnen I en VI en de lijnen II, III en V snijden de y-as in hetzelfde punt.
c De lijnen IV, V en VI zijn dalend.

18 Ga uit van $y = ax + b$.
De y-as in hetzelfde punt snijden als de lijn $y = -3x + 8$ geeft $b = 8$.
Evenwijdig met de lijn $y = 6x - 3$ geeft $a = 6$.
Dus de formule is $y = 6x + 8$.

L3 **a** De lijn snijdt de y-as in het punt $(0, -1)$.
b De richtingscoëfficiënt van de lijn is $-1{,}5$.
c Voor de grafiek geldt: ga je 1 naar rechts, dan ga je 1,5 omlaag.
d De lijn is dalend.

3.2 De formule van een lijn opstellen

Bladzijde 108

19 **a** Lijn k snijdt de y-as in het punt (0, 3), dus $b = 3$.
b Lijn k gaat 1 naar rechts en 2 omhoog, dus $a = 2$.
c De formule van lijn k is $y = 2x + 3$.
d Lijn m snijdt de y-as in het punt (0, 1), dus $b = 1$.
e Lijn m gaat 2 naar rechts en 1 omhoog, dus 1 naar rechts en $\frac{1}{2}$ omhoog, dus $a = \frac{1}{2}$.
f De formule van lijn m is $y = \frac{1}{2}x + 1$.

Bladzijde 109

20 **a** Ga je bij een horizontale lijn 1 naar rechts, dan ga je 0 omhoog. De richtingscoëfficiënt van een horizontale is dus 0.
b Ga je bij een verticale lijn 1 naar rechts, dan kom je nooit meer op de lijn uit, hoeveel je ook omhoog of omlaag gaat. Daarom hebben verticale lijnen geen richtingscoëfficiënt.

21 lijn k:
$y = ax + b$
Door (0, 1), dus $b = 1$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{1}{3}$
Dus $y = \frac{1}{3}x + 1$.

lijn l:
$y = ax + b$
Door (0, −3), dus $b = -3$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{2}{3}$
Dus $y = \frac{2}{3}x - 3$.

lijn m:
$y = ax + b$
Door (0, 2), dus $b = 2$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{-1}{1} = -1$
Dus $y = -x + 2$.

22 lijn k:
$y = ax + b$
Door (0, 0), dus $b = 0$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{3}{4}$
Dus $y = \frac{3}{4}x$.

lijn m:
$y = ax + b$
Door (0, 5), dus $b = 5$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{-2}{3} = -\frac{2}{3}$
Dus $y = -\frac{2}{3}x + 5$.

lijn l:
$y = ax + b$
Door (0, 3), dus $b = 3$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{3}{5}$
Dus $y = \frac{3}{5}x + 3$.

lijn n:
$y = ax + b$
Door (0, 3), dus $b = 3$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{-3}{3} = -1$
Dus $y = -x + 3$.

Bladzijde 110

23 lijn m:
$y = ax + b$
Door (0, 8), dus $b = 8$.
Van (0, 8) naar (2, 0) is 2 naar rechts en 8 omlaag, dus $a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{-8}{2} = -4$.
Dus $y = -4x + 8$.

24 lijn n:
$y = ax + b$
Van (1, 3) naar (4, 2) is 3 naar rechts en 1 omlaag, dus $a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{-1}{3} = -\frac{1}{3}$.
$y = -\frac{1}{3}x + b$ door (1, 3) geeft $-\frac{1}{3} \cdot 1 + b = 3$ oftewel $-\frac{1}{3} + b = 3$, dus $b = 3\frac{1}{3}$.
Dus $y = -\frac{1}{3}x + 3\frac{1}{3}$.

L4 lijn l:
$y = ax + b$
Door (0, 4), dus $b = 4$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$
Dus $y = -\frac{1}{2}x + 4$.

lijn m:
$y = ax + b$
Door (0, 1), dus $b = 1$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{2}{5}$
Dus $y = \frac{2}{5}x + 1$.

25 De lijnen met de formules I en IV hebben dezelfde richtingscoëfficiënt als lijn m, namelijk 2. Dus formule I of formule IV hoort bij m.
$x = 3$ invullen bij I geeft $y = 2 \cdot 3 - 1 = 6 - 1 = 5$, dus A ligt niet op de lijn met formule I.
$x = 3$ invullen bij IV geeft $y = 2 \cdot 3 - 7 = 6 - 7 = -1$, dus A ligt op de lijn met formule IV.
Dus formule IV hoort bij lijn m.

Bladzijde 111

26 $7 = 3 \cdot 5 + b$ betekent dat 7 gelijk is aan $3 \cdot 5 + b$.
Omgekeerd is $3 \cdot 5 + b$ gelijk aan 7.
Dus $7 = 3 \cdot 5 + b$ is hetzelfde als $3 \cdot 5 + b = 7$.

27 $y = ax + b$
$m \,//\, l$, dus $a = rc_m = rc_l = 5$.
$\left.\begin{array}{l} y = 5x + b \\ \text{door } A(4, 9) \end{array}\right\} 5 \cdot 4 + b = 9$
$20 + b = 9$
$b = -11$
Dus de formule van m is $y = 5x - 11$.

28 $y = ax + b$
$m \,//\, l$, dus $a = rc_m = rc_l = -5$.
$\left.\begin{array}{l} y = -5x + b \\ \text{door } A(-7, 8) \end{array}\right\} -5 \cdot -7 + b = 8$
$35 + b = 8$
$b = -27$
Dus de formule van m is $y = -5x - 27$.

29 $y = ax + b$
$k \,//\, l$, dus $a = rc_k = rc_l = -7$.
$\left.\begin{array}{l} y = -7x + b \\ \text{door } A(-2, -6) \end{array}\right\} -7 \cdot -2 + b = -6$
$14 + b = -6$
$b = -20$
Dus de formule van k is $y = -7x - 20$.

30 Van $B(0, 3)$ naar $A(6, 0)$ ga je 6 naar rechts en 3 omlaag, dus $rc_l = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}$.
De formule van lijn m is van de vorm $y = ax + b$.
$m \,//\, l$, dus $a = rc_m = rc_l = -\frac{1}{2}$.
$\left.\begin{array}{l} y = -\frac{1}{2}x + b \\ \text{door } C(-7, 18) \end{array}\right\} -\frac{1}{2} \cdot -7 + b = 18$
$3\frac{1}{2} + b = 18$
$b = 14\frac{1}{2}$
Dus de formule van m is $y = -\frac{1}{2}x + 14\frac{1}{2}$.

31 Lijn p gaat door het punt $(5, -7)$ en is evenwijdig met de x-as,
dus de formule van p is $y = -7$.
Lijn q gaat door het punt $(-2, 6)$ en is evenwijdig met de y-as,
dus de formule van q is $x = -2$.
Hieruit volgt dat p en q elkaar snijden in $S(-2, -7)$.
De formule van lijn m is van de vorm $y = ax + b$.
m door $O(0, 0)$, dus $b = 0$.

$$\left.\begin{array}{l} y = ax \\ \text{door } S(-2, -7) \end{array}\right\} \begin{array}{l} a \cdot -2 = -7 \\ a = \frac{-7}{-2} = 3\frac{1}{2} \end{array}$$

Dus de formule van m is $y = 3\frac{1}{2}x$.

L5 $y = ax + b$
$l \,//\, k$, dus $a = \text{rc}_l = \text{rc}_k = -3$.

$$\left.\begin{array}{l} y = -3x + b \\ \text{door } P(-4, 1) \end{array}\right\} \begin{array}{l} -3 \cdot -4 + b = 1 \\ 12 + b = 1 \\ b = -11 \end{array}$$

Dus de formule van l is $y = -3x - 11$.

Bladzijde 112

32 **a** Lijn m snijdt de K-as in het punt $(0, 50)$, dus $b = 50$.

b Van A naar B ga je 10 naar rechts en 25 omhoog, dus $a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{25}{10} = 2{,}5$.

c De formule van m is $K = 2{,}5t + 50$.

Bladzijde 113

33 lijn m:
$A = ap + b$
Door $(0, 30)$, dus $b = 30$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{-30}{6} = -5$
Dus $A = -5p + 30$.

lijn k:
$R = aq + b$
Door $(0, 0)$, dus $b = 0$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{300}{10} = 30$
Dus $R = 30q$.

lijn p:
$N = ax + b$
Door $(0, 1000)$, dus $b = 1000$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{200}{2} = 100$
Dus $N = 100x + 1000$.

34 **a** $H = at + b$
Door $(0, 9)$, dus $b = 9$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{-9}{30} = -0{,}3$
Dus $H = -0{,}3t + 9$.

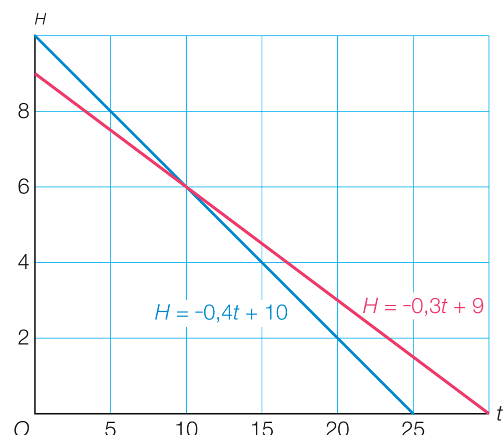
b Het getal $-0{,}3$ betekent dat het vliegtuig elke minuut 0,3 kilometer daalt.
Het getal 9 betekent dat het vliegtuig begint te dalen op 9 kilometer hoogte.

c $H = at + b$
De daling begint op 10 km hoogte, dus $b = 10$.
De daling per minuut is 400 m = 0,4 km, dus $a = -0{,}4$.
Dus $H = -0{,}4t + 10$.

d

t	0	25
H	10	0

Zie de figuur hiernaast.



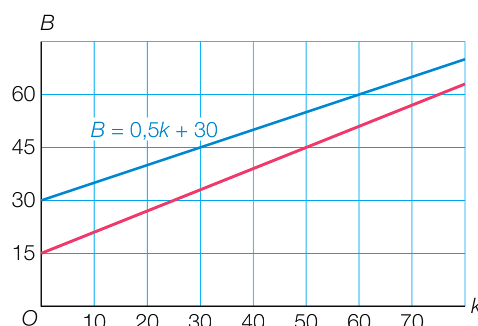
35 **a** $B = ak + b$
Door (0, 15), dus $b = 15$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{30}{50} = 0{,}6$
Dus $B = 0{,}6k + 15$.

b Voor een bezorging betaal je een vast bedrag van € 15.
Daarnaast betaal je € 0,60 voor elke kilometer die Eulink voor een bezorging rijdt.

c $B = ak + b$
Het vaste bedrag wordt met 15 euro verhoogd, dus $b = 30$.
De kilometerprijs wordt met 10 cent verlaagd, dus $a = 0{,}5$.
Dit geeft $B = 0{,}5k + 30$.

k	0	60
B	30	60

Zie de figuur hiernaast.

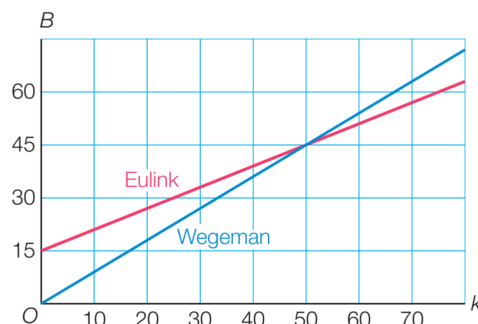


Bladzijde 114

36 **a** $B = ak + b$.
Vast bedrag is 0, dus $b = 0$.
90 cent per kilometer, dus $a = 0{,}9$.
Dus $B = 0{,}9k$.

k	0	50
B	0	45

Zie de figuur hiernaast.



b Voor de verzendingen van Mara hoeft minder dan 50 km gereden te worden.

Opmerking
Voor het overzicht is de blauwe lijn die in opgave 35 getekend is, in de figuur van deze opgave weggelaten. Voor het antwoord van 36b maakt dat niet uit.

37 **a** $A = au + b$
Voor $m = 0$ is $W = 600\,000$, dus voor $u = 0$ is $A = 600\,000 : 1000 = 600$.
Dus $b = 600$.
Voor $m = 1200$ is $W = 300\,000$, dus voor $u = 1200 : 60 = 20$ is $A = 300\,000 : 1000 = 300$.
Dus in 20 uur is de hoeveelheid water met 300 m^2 afgenomen.
Dus $a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{-300}{20} = -15$.
Dus $A = -15u + 600$.

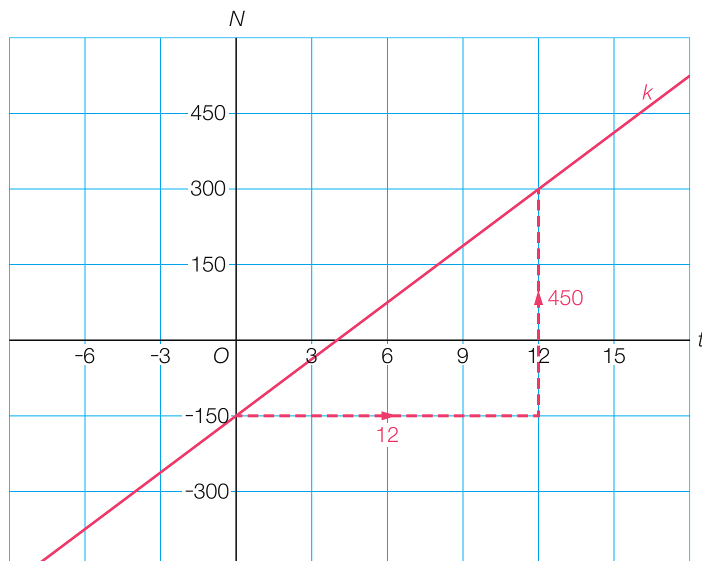
b Er moet 600 m^3 worden weggepompt. Dat gaat met een snelheid van 15 m^3 per uur.
Dus na $\frac{600}{15} = 40$ uur is het zwembad leeg.

38 Uit de formule $N = 37{,}5t - 150$ volgt dat:
- de grafiek een horizontale t-as en een verticale N-as heeft;
- lijn k de verticale as snijdt op hoogte −150, dus verticaal is de stapgrootte 150;
- $rc_k = 37{,}5$.

Vanaf het snijpunt van k met de verticale N-as ligt het enige andere roosterpunt vier hokjes naar rechts en drie hokjes omhoog.

Drie hokjes omhoog is $3 \cdot 150 = 450$. Omdat $rc_k = 37{,}5$ is $a = \frac{450}{\text{horizontaal}} = 37{,}5$.

Hieruit volgt dat horizontaal $= 450 : 37{,}5 = 12$, dus horizontaal is de stapgrootte $12 : 4 = 3$.



39 **a** Het aantal pinautomaten neemt jaarlijks met 600 af.

b $P = at + b$
$a = -600$
$b = 10\,400$
Dus $P = -600t + 10\,400$.

c Bij september 2025 hoort $t = 2025 - 2015 = 10$.
$t = 10$ geeft $P = -600 \cdot 10 + 10\,400 = -6000 + 10\,400 = 4400$
Dus in september 2025 zijn er 4400 pinautomaten.

Bladzijde 115

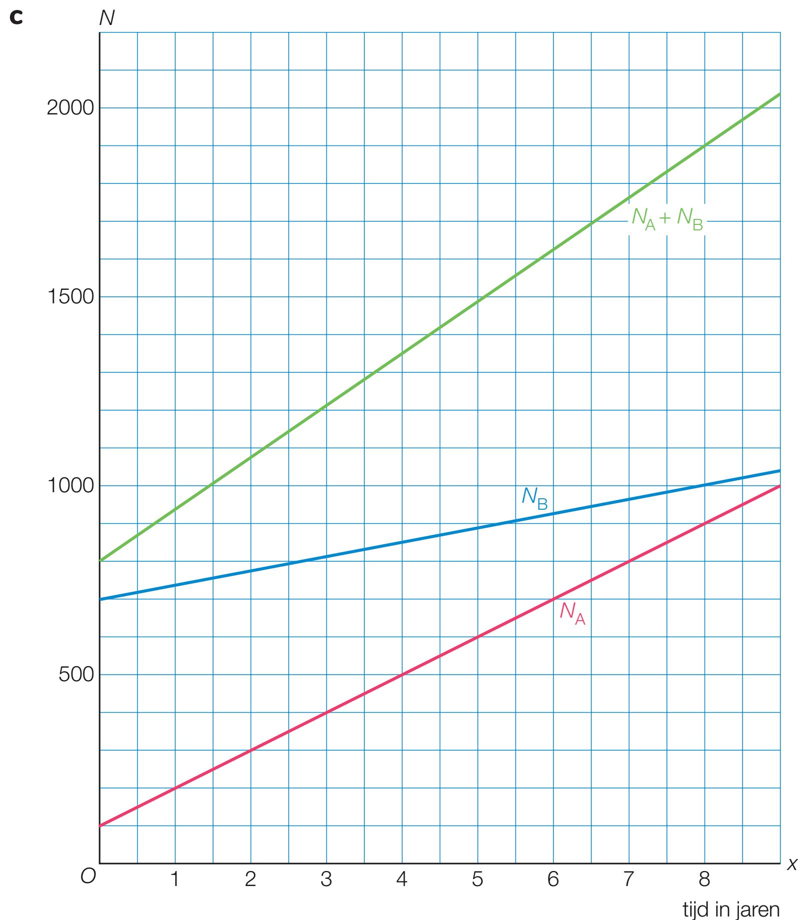
40 **a** $N_A = at + b$
Door (0, 100), dus $b = 100$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{900}{9} = 100$
Dus $N_A = 100t + 100$.

$N_B = at + b$
Door (0, 700), dus $b = 700$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{300}{8} = 37{,}5$
Dus $N_B = 37{,}5t + 700$.

b

jaar	0	2	4	6	8
N_A	100	300	500	700	900
N_B	700	775	850	925	1000
$N_A + N_B$	800	1075	1350	1625	1900

c



d *manier 1:*

$N_A + N_B = 100t + 100 + 37{,}5t + 700 = 137{,}5t + 800$

manier 2:

$N_A + N_B = at + b$

Voor $t = 0$ is $N_A + N_B = 800$, dus $b = 800$.

Neemt t met 2 toe, dan neemt $N_A + N_B$ met 275 toe, dus $a = 275 : 2 = 137{,}5$.

Dus $N_A + N_B = 137{,}5t + 800$.

manier 3:

$N_A + N_B = at + b$

Door (0, 800), dus $b = 800$.

$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{1100}{8} = 137{,}5$

Dus $N_A + N_B = 137{,}5t + 800$.

41 $B_W = ah + b$

Voor $h = 0$ is $B_W = B_O - B_K = 0 - 1500 = -1500$, dus $b = -1500$.

Voor $h = 500$ is $B_W = B_O - B_K = 7500 - 6000 = 1500$, dus $a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{1500 - -1500}{500} = \frac{3000}{500} = 6$.

Dus $B_W = 6h - 1500$.

Alternatieve uitwerking

$B_O = ah + b$

Door (0, 0), dus $b = 0$.

$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{9000}{600} = 15$

Dus $B_O = 15h$.

$B_K = ah + b$

Door (0, 1500), dus $b = 1500$.

$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{4500}{500} = 9$

Dus $B_K = 9h + 1500$.

$B_W = B_O - B_K = 15h - (9h + 1500) = 15h - 9h - 1500 = 6h - 1500$.

L6 lijn k:
$V = aw + b$
Door (0, 30), dus $b = 30$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{-30}{15} = -2$
Dus $V = -2w + 30$.

lijn l:
$V = aw + b$
Door (0, 10), dus $b = 10$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{30}{20} = 1\frac{1}{2}$
Dus $V = 1\frac{1}{2}w + 10$.

3.3 De balansmethode

Bladzijde 116

42
a Bij $x = 4$ hoort $B = 25 \cdot 4 + 30 = 100 + 30 = 130$.
Lindsey moet 130 euro betalen.
b Bij $x = 6$ hoort $B = 25 \cdot 6 + 30 = 150 + 30 = 180$.
Dus Levi heeft de quad zes uur gehuurd.

Bladzijde 117

43 $x = 4$ is de oplossing van de vergelijkingen a, b, d en e.

44
a $x = 3$
b $x = 15$
c $x = -7$
d $x = 7$
e $x = 0$
f $x = -1$

45
a $x = 3$
b $x = 3$
c $x = 7$
d $p = 7$
e $a = -9$
f $t = -9$

46
a $10x + 25 = 75$
b $x = 5$
c Tanya heeft de scooter 5 uur gehuurd.

L7
a $x = 5$
b $x = 11$
c $x = 2$

Bladzijde 118

47
a De balans is in evenwicht, dus het gewicht van 2 blauwe en 3 rode blokjes moet gelijk zijn aan het gewicht van 11 rode blokjes, oftewel $2x + 3$ moet gelijk zijn aan 11. Hierbij hoort dus de vergelijking $2x + 3 = 11$.
b De oplossing van deze vergelijking is $x = 4$, dus een blauw blokje weegt 4 kg.

48
a $2x + 5 = 13$
b Omdat Aref aan beide kanten van de balans evenveel gewicht weghaalt, is het gewicht links en rechts nog steeds gelijk en blijft de balans dus in evenwicht. Bij de nieuwe situatie hoort de vergelijking $2x = 8$.
c $x = 4$

Bladzijde 120

49
a $4x + 17 = 29$
$4x = 12$
$x = 3$
b $-3x + 1 = 16$
$-3x = 15$
$x = -5$
c $7x + 1 = 8$
$7x = 7$
$x = 1$
d $6x + 24 = 0$
$6x = -24$
$x = -4$
e $9x + 8 = 8$
$9x = 0$
$x = 0$
f $3x + 5 = 23$
$3x = 18$
$x = 6$
g $2x + 8 = -20$
$2x = -28$
$x = -14$
h $-5x + 7 = 17$
$-5x = 10$
$x = -2$
i $2x + \frac{1}{2} = 6\frac{1}{2}$
$2x = 6$
$x = 3$

50 **a** $4x = 20$
$x = 5$
b $x + 4 = 20$
$x = 16$
c $4x = 3$
$x = \frac{3}{4}$
d $x + 4 = 3$
$x = -1$
e $2x = -20$
$x = -10$
f $x + 2 = -20$
$x = -22$
g $x + 8 = -9$
$x = -17$
h $8x = -80$
$x = -10$

51 **a** $8 + 5x = 28$
$5x = 20$
$x = 4$
b $2 + 3x = 2$
$3x = 0$
$x = 0$
c $25 + x = 15$
$x = -10$
d $25x = 15$
$x = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$

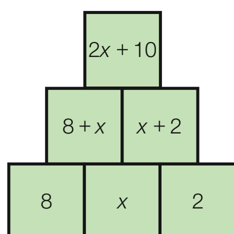
L8 **a** $3x + 2 = 2$
$3x = 0$
$x = 0$
b $-4x + 5 = 41$
$-4x = 36$
$x = -9$
c $7 + 3x = 1$
$3x = -6$
$x = -2$

Bladzijde 121

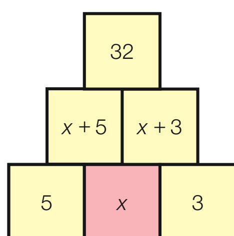
52 **a** $4x - 8 = -20$
$4x = -12$
$x = -3$
b $-9 - x = 11$
$-x = 20$
$x = -20$
c $5 - 6x = -1$
$-6x = -6$
$x = 1$
d $15p - 45 = 0$
$15p = 45$
$p = 3$
e $8x - 18 = 30$
$8x = 48$
$x = 6$
f $16t - 1 = 7$
$16t = 8$
$t = \frac{1}{2}$

53 **a** $3x - 6 = -9$
$3x = -3$
$x = -1$
b $2x - 7 = 23$
$2x = 30$
$x = 15$
c $6 - 3x = 27$
$-3x = 21$
$x = -7$
d $5x + 8 = 53$
$5x = 45$
$x = 9$
e $5a - 6 = -6$
$5a = 0$
$a = 0$
f $-8b = -2$
$b = \frac{1}{4}$
g $-8 - 6p = 4$
$-6p = 12$
$p = -2$
h $-8 - q = -2$
$-q = 6$
$q = -6$
i $7x + 18 = 60$
$7x = 42$
$x = 6$

54 **a**



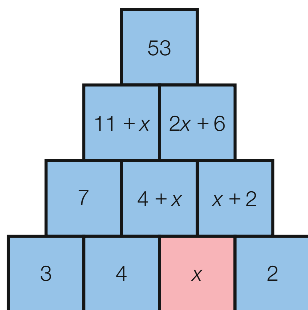
b



De som van de vakjes in de tweede rij, $x + 5 + x + 3 = 2x + 8$, moet gelijk zijn aan 32.
Dus x is de oplossing van de vergelijking $2x + 8 = 32$.

c $2x + 8 = 32$
$2x = 24$
$x = 12$

55 Noem het getal in het rode vakje x.
De optelpiramide invullen geeft dan



Er moet gelden $11 + x + 2x + 6 = 53$
$3x + 17 = 53$
$3x = 36$
$x = 12$
In het rode vakje staat het getal 12.

56 **a** $0{,}15x + 2{,}25 = 7{,}05$
$0{,}15x = 4{,}80$
$x = \frac{4{,}80}{0{,}15} = 32$
Dorien heeft 32 foto's laten afdrukken.

b $0{,}15x + 2{,}25 = 10$
$0{,}15x = 7{,}75$
$x = \frac{7{,}75}{0{,}15} = 51{,}66\ldots$
Dus Floor kan 51 foto's laten afdrukken.

Bladzijde 122

57 **a** $w = 10$ en $f = 40$ geeft $t = 15 \cdot 10 + 3 \cdot 40 + 15 = 150 + 120 + 15 = 285$
Karen is die dag 285 minuten onderweg.

b $15w + 3 \cdot 30 + 15 = 165$
$15w + 90 + 15 = 165$
$15w + 105 = 165$
$15w = 60$
$w = 4$
Karen heeft op dinsdag 4 kilometer gewandeld.

c 3 uur = 180 minuten
$15w + 3 \cdot 0 + 15 = 180$
$15w + 15 = 180$
$15w = 165$
$w = 11$
De wandeling was 11 kilometer.

58 Voor balans I geldt $x = 3y$.
Voor balans II geldt $x + 3y = 12$.
Omdat geldt dat $x = 3y$, mag je in de tweede vergelijking op de plaats waar x staat $3y$ schrijven.
Je krijgt $3y + 3y = 12$
$6y = 12$
$y = 2$
$y = 2$ geeft $x = 3y = 6$.
Dus $x = 6$ en $y = 2$.

59 De som van de onderste rij geeft
$4 + z + 2 + -3x - z = 15$
$6 - 3x = 15$
$-3x = 9$
$x = -3$
De som van de linker kolom geeft
$2 + 6y + -3 + 4 = 15$
$3 + 6y = 15$
$6y = 12$
$y = 2$
De som van de middelste rij geeft
$6 \cdot 2 + -3 + 2 \cdot 2 + 1 + z = 15$
$14 + z = 15$
$z = 1$
Dus $x = -3$, $y = 2$ en $z = 1$.

L9
a $3x - 2 = 25$
$3x = 27$
$x = 9$
b $2x - 7 = -9$
$2x = -2$
$x = -1$
c $-12 - 5x = 3$
$-5x = 15$
$x = -3$

3.4 Vergelijkingen oplossen

Bladzijde 123

60
a $2x + 2 = 6$
b $2x + 2 = 6$
$2x = 4$
$x = 2$

Bladzijde 124

61
a $7x - 15 = 5x + 5$
$2x - 15 = 5$
$2x = 20$
$x = 10$
b $8 - 3x = 15 - x$
$8 - 2x = 15$
$-2x = 7$
$x = -3\frac{1}{2}$
c $8a - 15 = 3a$
$5a - 15 = 0$
$5a = 15$
$a = 3$
d $17 - 3x = -19 + x$
$17 - 4x = -19$
$-4x = -36$
$x = 9$
e $7p + 5 = -3p - 15$
$10p + 5 = -15$
$10p = -20$
$p = -2$
f $7 + 2t = 9 - 2t$
$7 + 4t = 9$
$4t = 2$
$t = \frac{1}{2}$

62
a $4 + 2x = x + 3$
$4 + x = 3$
$x = -1$
b $-5x + 17 = -4 - 2x$
$-3x + 17 = -4$
$-3x = -21$
$x = 7$
c $21 = 7q - 35$
$-7q + 21 = -35$
$-7q = -56$
$q = 8$
d $21d + 4 = 19d - 34$
$2d + 4 = -34$
$2d = -38$
$d = -19$
e $14x - 11 = 11x + 13$
$3x - 11 = 13$
$3x = 24$
$x = 8$
f $17 - x = -9 + x$
$17 - 2x = -9$
$-2x = -26$
$x = 13$

63 **a** $h = 10 + 1{,}5t$
b $10 + 1{,}5t = 15 + 0{,}5t$
c $10 + 1{,}5t = 15 + 0{,}5t$
$10 + t = 15$
$t = 5$
Na 5 minuten staat het water in beide vaten even hoog.
$t = 5$ geeft $h = 15 + 0{,}5 \cdot 5 = 15 + 2{,}5 = 17{,}5$
Dus het water staat dan 17,5 cm hoog.

Bladzijde 125

64 **a** $S(3, 4)$
b $2x - 2 = -x + 7$
$3x - 2 = 7$
$3x = 9$
$x = 3$
c De oplossing van de vergelijking is de x-coördinaat van het snijpunt S.
d $x = 3$ invullen in $y = 2x - 2$ geeft $y = 2 \cdot 3 - 2 = 6 - 2 = 4$.
$x = 3$ invullen in $y = -x + 7$ geeft $y = -3 + 7 = 4$.
Invullen van $x = 3$ in beide formules geeft de y-coördinaat van S.

65 **a** $3x - 4 = -x + 8$
$4x - 4 = 8$
$4x = 12$
$x = 3$
Dus de x-coördinaat van S is 3.
b $x = 3$ geeft $y = -3 + 8 = 5$, dus de y-coördinaat van S is 5.

66 $-4x - 4 = -2x + 6$
$-2x - 4 = 6$
$-2x = 10$
$x = -5$
$x = -5$ geeft $y = -2 \cdot -5 + 6 = 10 + 6 = 16$
Dus S is het punt $(-5, 16)$.

67 $x = -4$ moet oplossing zijn van de vergelijking $-2x + 3 = ax - 9$.
Dit geeft $-2 \cdot -4 + 3 = a \cdot -4 - 9$
$8 + 3 = -4a - 9$
$11 = -4a - 9$
$4a + 11 = -9$
$4a = -20$
$a = -5$
Dus de richtingscoëfficiënt van l is -5.

L10
a $5x - 3 = 3x - 11$
$2x - 3 = -11$
$2x = -8$
$x = -4$

b $5 - 4x = 8 - 3x$
$5 - x = 8$
$-x = 3$
$x = -3$

c $2x = 8x - 30$
$-6x = -30$
$x = 5$

68 **a** $3(x + 2) = 2x + 1$
$3x + 6 = 2x + 1$
b $3x + 6 = 2x + 1$
$x + 6 = 1$
$x = -5$
c $7x + 5 = 5(x - 3)$
$7x + 5 = 5x - 15$
$2x + 5 = -15$
$2x = -20$
$x = -10$

Bladzijde 126

69 **a** $5(x-1)=2x+4$
$5x-5=2x+4$
$3x-5=4$
$3x=9$
$x=3$

b $3(x-4)+2=5x+1$
$3x-12+2=5x+1$
$3x-10=5x+1$
$-2x-10=1$
$-2x=11$
$x=-5\frac{1}{2}$

c $3(a+1)-7=2a$
$3a+3-7=2a$
$3a-4=2a$
$a-4=0$
$a=4$

d $4x+2x=x+10$
$6x=x+10$
$5x=10$
$x=2$

e $5(x-2)=3(2x+2)+2$
$5x-10=6x+6+2$
$5x-10=6x+8$
$-x-10=8$
$-x=18$
$x=-18$

f $4-3p=5-(p-2)$
$4-3p=5-p+2$
$4-3p=7-p$
$4-2p=7$
$-2p=3$
$p=-1\frac{1}{2}$

70 **a** $2(x-3)=3(2x+10)$
$2x-6=6x+30$
$-4x-6=30$
$-4x=36$
$x=-9$

b $3(x+6)=6(x-3)+x$
$3x+18=6x-18+x$
$3x+18=7x-18$
$-4x+18=-18$
$-4x=-36$
$x=9$

c $-2(4-x)+1=9x$
$-8+2x+1=9x$
$-7+2x=9x$
$-7-7x=0$
$-7x=7$
$x=-1$

d $6x-3+2x=21$
$8x-3=21$
$8x=24$
$x=3$

e $-3(a-2)=2(a+8{,}5)$
$-3a+6=2a+17$
$-5a+6=17$
$-5a=11$
$a=-2\frac{1}{5}$

f $4-(p-7)=2$
$4-p+7=2$
$11-p=2$
$-p=-9$
$p=9$

71 **a** $5(x-1)-3x=3(x-5)$
$5x-5-3x=3x-15$
$2x-5=3x-15$
$-x-5=-15$
$-x=-10$
$x=10$

b $4(2a-1)-(3a-1)=-3$
$8a-4-3a+1=-3$
$5a-3=-3$
$5a=0$
$a=0$

c $12-3(5-4x)=14x-7$
$12-15+12x=14x-7$
$-3+12x=14x-7$
$-3-2x=-7$
$-2x=-4$
$x=2$

d $9(4-6x)=-22-4(2-3x)$
$36-54x=-22-8+12x$
$36-54x=-30+12x$
$36-66x=-30$
$-66x=-66$
$x=1$

e $15(y-2)-5(3-y)=7(2-3y)$
$15y-30-15+5y=14-21y$
$20y-45=14-21y$
$41y-45=14$
$41y=59$
$y=\frac{59}{41}=1\frac{18}{41}$

f $(x-3)(x+2)+5=x(x-4)+11$
$x^2+2x-3x-6+5=x^2-4x+11$
$x^2-x-1=x^2-4x+11$
$-x-1=-4x+11$
$3x-1=11$
$3x=12$
$x=4$

Bladzijde 127

72 **a** $3x = 3(x + 2)$
$3x = 3x + 6$
$0 = 6$
Je loopt tegen het probleem aan dat je geen x meer over hebt.
b $x = 6$ is geen oplossing, want $0 \cdot 6 \neq 6$.
$x = 1$ is geen oplossing, want $0 \cdot 1 \neq 6$.
$x = 0$ is geen oplossing, want $0 \cdot 0 \neq 6$.
c $0x$ is gelijk aan 0, welk getal je ook kiest voor x. Dus de vergelijking $0x = 6$ heeft geen oplossing.

73 **a** $3(x + 1) + 2 = 3x + 5$
$3x + 3 + 2 = 3x + 5$
$3x + 5 = 3x + 5$
$0x + 5 = 5$
$0x \quad = 0$
b $x = 0$ is een oplossing, want $0 \cdot 0 = 0$.
$x = 1$ is een oplossing, want $0 \cdot 1 = 0$.
$x = -10$ is een oplossing, want $0 \cdot -10 = 0$.
$x = 750$ is een oplossing, want $0 \cdot 750 = 0$.
c $0x = 0$, welk getal je ook kiest voor x. Dus van de vergelijking $0x = 0$ is elke x een oplossing. De vergelijking $0x = 0$ heeft dus oneindig veel oplossingen.

74 **a** $0x = 8$
geen oplossing
b $8x = 0$
$x = 0$
c $8x = 8$
$x = 1$
d $0x = 0$
elke x is oplossing
e $8 + x = 8$
$x = 0$
f $8x + 8 = 8$
$8x = 0$
$x = 0$
g $8 - x = 8$
$-x = 0$
$x = 0$
h $8x = 8 + 8x$
$0x = 8$
geen oplossing
i $0x - 8 = 8 - 8x$
$8x - 8 = 8$
$8x = 16$
$x = 2$

L11 **a** $4(x + 2) = 3x - 5$
$4x + 8 = 3x - 5$
$x + 8 = -5$
$x = -13$
b $5(x - 5) = 2(x + 1)$
$5x - 25 = 2x + 2$
$3x - 25 = 2$
$3x = 27$
$x = 9$
c $4(x - 3) + 7 = 5x - 5$
$4x - 12 + 7 = 5x - 5$
$4x - 5 = 5x - 5$
$-x - 5 = -5$
$-x = 0$
$x = 0$

75 **a** $x = 6 : \frac{2}{5} = 6 \cdot \frac{5}{2} = \frac{6}{1} \cdot \frac{5}{2} = \frac{30}{2} = 15$
b $\frac{2}{5}x \quad = 6$
$\cdot 5 \qquad \cdot 5$
$5 \cdot \frac{2}{5}x = 5 \cdot 6$
$2x \quad = 30$
$: 2 \qquad : 2$
$x \quad = 15$
c *

Bladzijde 128

76 **a** $\frac{1}{3}x = 5$
$x = 15$

b $\frac{3}{5}x = -9$
$3x = -45$
$x = -15$

c $\frac{1}{4}x + 6 = 15$
$x + 24 = 60$
$x = 36$

d $\frac{1}{2}x + 4x = -9$
$4\frac{1}{2}x = -9$
$9x = -18$
$x = -2$

e $2x + \frac{1}{2} = 5$
$2x = 4\frac{1}{2}$
$x = 2\frac{1}{4}$

f $\frac{1}{4}x = \frac{1}{3}x + 8$
$12 \cdot \frac{1}{4}x = 12 \cdot \frac{1}{3}x + 12 \cdot 8$
$3x = 4x + 96$
$-x = 96$
$x = -96$

77 **a** $7 - \frac{1}{6}x = x$
$42 - x = 6x$
$42 - 7x = 0$
$-7x = -42$
$x = 6$

b $\frac{1}{3}(x + 21) = 4$
$\frac{1}{3}x + 7 = 4$
$x + 21 = 12$
$x = -9$

c $\frac{1}{6}x - 2 = \frac{3}{8}x + 1$
$24 \cdot \frac{1}{6}x - 24 \cdot 2 = 24 \cdot \frac{3}{8}x + 24 \cdot 1$
$4x - 48 = 9x + 24$
$-5x - 48 = 24$
$-5x = 72$
$x = -\frac{72}{5} = -14\frac{2}{5}$

d $\frac{1}{4}x - 2 = \frac{1}{2}x + 6$
$4 \cdot \frac{1}{4}x - 4 \cdot 2 = 4 \cdot \frac{1}{2}x + 4 \cdot 6$
$x - 8 = 2x + 24$
$-x - 8 = 24$
$-x = 32$
$x = -32$

e $\frac{1}{2}x - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}(5 - 2x)$
$\frac{1}{2}x - \frac{3}{5} = 2 - \frac{4}{5}x$
$10 \cdot \frac{1}{2}x - 10 \cdot \frac{3}{5} = 10 \cdot 2 - 10 \cdot \frac{4}{5}x$
$5x - 6 = 20 - 8x$
$13x - 6 = 20$
$13x = 26$
$x = 2$

f $\frac{1}{4}(x + 2) = \frac{1}{5}x - 7$
$\frac{1}{4}x + \frac{1}{2} = \frac{1}{5}x - 7$
$20 \cdot \frac{1}{4}x + 20 \cdot \frac{1}{2} = 20 \cdot \frac{1}{5}x - 20 \cdot 7$
$5x + 10 = 4x - 140$
$x + 10 = -140$
$x = -150$

78 **a** $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}(x - 2)$
$\frac{1}{2}x - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$
$6 \cdot \frac{1}{2}x - 6 \cdot \frac{1}{3} = 6 \cdot \frac{1}{3}x - 6 \cdot \frac{2}{3}$
$3x - 2 = 2x - 4$
$x - 2 = -4$
$x = -2$

b $1\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}x = \frac{1}{6}(x - 12)$
$1\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}x = \frac{1}{6}x - 2$
$6 \cdot 1\frac{1}{3}x - 6 \cdot \frac{1}{2}x = 6 \cdot \frac{1}{6}x - 6 \cdot 2$
$8x - 3x = x - 12$
$5x = x - 12$
$4x = -12$
$x = -3$

c $\frac{1}{3}(x - 1) = \frac{1}{4}(x - 2)$
$\frac{1}{3}x - \frac{1}{3} = \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}$
$12 \cdot \frac{1}{3}x - 12 \cdot \frac{1}{3} = 12 \cdot \frac{1}{4}x - 12 \cdot \frac{1}{2}$
$4x - 4 = 3x - 6$
$x - 4 = -6$
$x = -2$

d $\frac{2}{3}(1 + 3x) = \frac{4}{5}(2x - 3)$
$\frac{2}{3} + 2x = \frac{8}{5}x - \frac{12}{5}$
$15 \cdot \frac{2}{3} + 15 \cdot 2x = 15 \cdot \frac{8}{5}x - 15 \cdot \frac{12}{5}$
$10 + 30x = 24x - 36$
$10 + 6x = -36$
$6x = -46$
$x = \frac{-46}{6} = -\frac{23}{3} = -7\frac{2}{3}$

e $\frac{1}{2}(\frac{2}{3}x + 4) + \frac{5}{12} = \frac{1}{12}$
$\frac{1}{3}x + 2 + \frac{5}{12} = \frac{1}{12}$
$12 \cdot \frac{1}{3}x + 12 \cdot 2 + 12 \cdot \frac{5}{12} = 12 \cdot \frac{1}{12}$
$4x + 24 + 5 = 1$
$4x + 29 = 1$
$4x = -28$
$x = -7$

f $2 - \frac{1}{3}(x - 1) = \frac{1}{4}x - 2$
$2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} = \frac{1}{4}x - 2$
$2\frac{1}{3} - \frac{1}{3}x = \frac{1}{4}x - 2$
$12 \cdot 2\frac{1}{3} - 12 \cdot \frac{1}{3}x = 12 \cdot \frac{1}{4}x - 12 \cdot 2$
$28 - 4x = 3x - 24$
$28 - 7x = -24$
$-7x = -52$
$x = \frac{-52}{-7} = 7\frac{3}{7}$

79 **a** $x = -9$ invullen in $13 - \frac{3}{5}(x - 1) = \frac{2}{3}x + p$ geeft $13 - \frac{3}{5}(-9 - 1) = \frac{2}{3} \cdot -9 + p$

$13 - \frac{3}{5} \cdot -10 = -6 + p$
$13 + 6 = -6 + p$
$19 = -6 + p$
$19 - p = -6$
$-p = -25$
$p = 25$

b $x = p$ invullen in $13 - \frac{3}{5}(x - 1) = \frac{2}{3}x + p$ geeft $13 - \frac{3}{5}(p - 1) = \frac{2}{3} \cdot p + p$

$13 - \frac{3}{5}p + \frac{3}{5} = \frac{2}{3}p + p$
$15 \cdot 13 - 15 \cdot \frac{3}{5}p + 15 \cdot \frac{3}{5} = 15 \cdot \frac{2}{3}p + 15 \cdot p$
$195 - 9p + 9 = 10p + 15p$
$204 - 9p = 25p$
$204 - 34p = 0$
$-34p = -204$
$p = 6$

L11 **a** $\frac{1}{6}x + 2 = -1$
$\frac{1}{6}x = -3$
$x = -18$

b $\frac{1}{3}x - 2 = \frac{1}{2}x$
$6 \cdot \frac{1}{3}x - 6 \cdot 2 = 6 \cdot \frac{1}{2}x$
$2x - 12 = 3x$
$-x - 12 = 0$
$-x = 12$
$x = -12$

c $\frac{2}{3}(1 - x) = \frac{2}{5}x + 6$
$\frac{2}{3} - \frac{2}{3}x = \frac{2}{5}x + 6$
$15 \cdot \frac{2}{3} - 15 \cdot \frac{2}{3}x = 15 \cdot \frac{2}{5}x + 15 \cdot 6$
$10 - 10x = 6x + 90$
$10 - 16x = 90$
$-16x = 80$
$x = -5$

3.5 Vergelijkingen toepassen

Bladzijde 129

80 **a** Marianne krijgt de vergelijking $3x - 5 = 22$.

b $3x - 5 = 22$
$3x = 27$
$x = 9$
Frits had het getal 9 in gedachten.

Bladzijde 130

81 **a** $3x - 45 = \frac{1}{2}x$

b $3x - 45 = \frac{1}{2}x$
$6x - 90 = x$
$5x - 90 = 0$
$5x = 90$
$x = 18$

82 **a** $x + 45 + 3x = 15 - 6$

b $x + 45 + 3x = 15 - 6$
$4x + 45 = 9$
$4x = -36$
$x = -9$
Kim had het getal -9 in gedachten.

83 **a** $2(x + 3) = 5x - 9$
b $2(x + 3) = 5x - 9$
$2x + 6 = 5x - 9$
$-3x + 6 = -9$
$-3x = -15$
$x = 5$
Rob had het getal 5 in gedachten.

84 Noem de leeftijd van haar zusje x, dan is Bo $3x$ jaar oud.
Het zusje van Bo is twaalf jaar jonger, dus Bo is $x + 12$ jaar.
Hieruit volgt dat $3x = x + 12$
$2x = 12$
$x = 6$
Dus haar zusje is 6 jaar oud.

85 Noem de leeftijd van Rudy x, dan is Paula $3x$ jaar oud.
Over vier jaar is Rudy $x + 4$ jaar, en is Paula $2(x + 4)$ jaar. Maar Paula is dan ook $3x + 4$ jaar.
Hieruit volgt dat $3x + 4 = 2(x + 4)$
$3x + 4 = 2x + 8$
$x + 4 = 8$
$x = 4$
Dus Rudy is nu 4 jaar en Paula is nu $3 \cdot 4 = 12$ jaar.

86 **a** $x + x + 1 + x + 2 + x + 3 = 42$
b $x + x + 1 + x + 2 + x + 3 = 42$
$4x + 6 = 42$
$4x = 36$
$x = 9$
Het kleinste getal is 9, dus Rafael had de getallen 9, 10, 11 en 12 in gedachten.
c Noem het kleinste getal dat Loes in gedachten neemt x. Dit geeft
$x + x + 2 + x + 4 + x + 6 = 64$
$4x + 12 = 64$
$4x = 52$
$x = 13$
Het kleinste getal is 13, dus Loes had de getallen 13, 15, 17 en 19 in gedachten.

87 Noem de leeftijd van Dex x, dan is Tom $x + 2$ jaar en Mark $x + 7$ jaar.
Hieruit volgt dat $x + x + 2 + x + 7 = 45$
$3x + 9 = 45$
$3x = 36$
$x = 12$
Dus Dex is 12 jaar, Tom is 14 jaar en Mark is 19 jaar.

Bladzijde 131

88 Noem de hoogte in cm van de kleinste kubus x. Dan zijn de andere kubussen in oplopende grootte $x + 2$ cm, $x + 4$ cm, $x + 6$ cm en $x + 8$ cm hoog.
De twee kleinste samen zijn even hoog als de grootste, dus $x + x + 2 = x + 8$
$2x + 2 = x + 8$
$x + 2 = 8$
$x = 6$
Alle vijf de kubussen op elkaar geeft een stapel van $6 + 8 + 10 + 12 + 14 = 50$ cm hoog.

89 Noem de lengte van elke zijde van de kleine driehoekjes x, dan is de omtrek van de drie kleine driehoekjes samen gelijk aan $3 \cdot 3x = 9x$.
Van de blauwe zeshoek is elke korte zijde gelijk aan x en elke lange zijde gelijk aan $6 - 2x$.
De totale omtrek van de blauwe zeshoek is dus $3(6 - 2x) + 3 \cdot x = 18 - 6x + 3x = 18 - 3x$.
Hieruit volgt de vergelijking $9x = 18 - 3x$
$12x = 18$
$x = 1{,}5$
Dus de lengte van een zijde van een klein driehoekje is 1,5 cm.

90 Noem het aantal jaren dat Diophantus heeft geleefd x.
$\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x + 5 + \frac{1}{2}x + 4 = x$
$\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x + \frac{1}{2}x + 9 = x$
$84 \cdot \frac{1}{6}x + 84 \cdot \frac{1}{12}x + 84 \cdot \frac{1}{7}x + 84 \cdot \frac{1}{2}x + 84 \cdot 9 = 84 \cdot x$
$14x + 7x + 12x + 42x + 756 = 84x$
$75x + 756 = 84x$
$-9x + 756 = 0$
$-9x = -756$
$x = 84$
Diophantus werd 84 jaar.

L13 **a** $2x - 57 = 19$
b $2x - 57 = 19$
$2x = 76$
$x = 38$
Francis had het getal 38 in gedachten.

Gemengde opgaven

Bladzijde 132

1 **a**

t	0	6
B	30	150

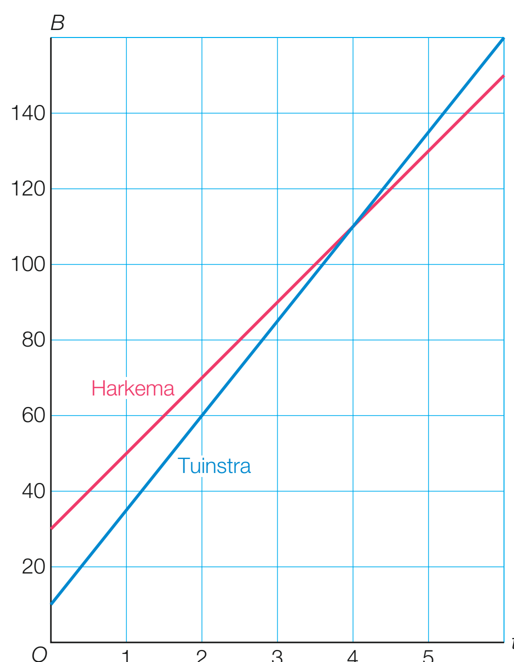
Zie de figuur hiernaast.

b

t	0	6
B	10	160

Zie de figuur hiernaast.

c Bij meer dan vier uur werken is Harkema goedkoper dan Tuinstra.



2 **a** lijn l:
$y = ax + b$
Door (0, 1), dus $b = 1$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{1}{4}$
Dus $y = \frac{1}{4}x + 1$.

lijn m:
$y = ax + b$
Door (0, 0), dus $b = 0$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$
Dus $y = -\frac{1}{2}x$.

lijn n:
$y = ax + b$
Door (0, 4), dus $b = 4$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{-3}{2} = -1\frac{1}{2}$
Dus $y = -1\frac{1}{2}x + 4$.

b lijn p:
$y = ax + b$
Door (0, 75), dus $b = 75$.
Evenwijdig met l, dus $a = \frac{1}{4}$.
Dus $y = \frac{1}{4}x + 75$.

c lijn q:
$y = ax + b$
Door (0, 4), dus $b = 4$.
Richtingscoëfficiënt −1, dus $a = -1$.
Dus $y = -x + 4$.

d lijn r:
$y = ax + b$
$r \,//\, n$, dus $a = \text{rc}_r = \text{rc}_n = -1\frac{1}{2}$.
$\left.\begin{array}{l} y = -1\frac{1}{2}x + b \\ \text{door } R(-4, 11) \end{array}\right\}$ $-1\frac{1}{2} \cdot -4 + b = 11$
$6 + b = 11$
$b = 5$
Dus $y = -1\frac{1}{2}x + 5$.

3 **a** $1\frac{1}{2}(x - 2) = -18$
$1\frac{1}{2}x - 3 = -18$
$3x - 6 = -36$
$3x = -30$
$x = -10$
Dus de x-coördinaat van A is −10.

b $y = 0$ geeft $1\frac{1}{2}(x - 2) = 0$
$1\frac{1}{2}x - 3 = 0$
$3x - 6 = 0$
$3x = 6$
$x = 2$
Dus $b = 2$.

c $1\frac{1}{2}(x - 2) = -x + 27$
$1\frac{1}{2}x - 3 = -x + 27$
$3x - 6 = -2x + 54$
$5x - 6 = 54$
$5x = 60$
$x = 12$
$x = 12$ geeft $y = -12 + 27 = 15$, dus $S(12, 15)$.

4 $A(p, -6)$ op l geeft $1\frac{1}{2}(p + p) = -6$

$1\frac{1}{2} \cdot 2p = -6$

$3p = -6$

$p = -2$

Dus de formule van l is $y = 1\frac{1}{2}(p - 2)$.

k en l snijden geeft $-\frac{1}{2}x + 27 = 1\frac{1}{2}(x - 2)$

$-\frac{1}{2}x + 27 = 1\frac{1}{2}x - 3$

$-2x + 27 = -3$

$-2x = -30$

$x = 15$

$x = 15$ geeft $y = -\frac{1}{2} \cdot 15 + 27 = -7\frac{1}{2} + 27 = 19\frac{1}{2}$, dus $S(15, 19\frac{1}{2})$.

5 **a** $18 - 2(5 - 3x) = -5x - 3$

$18 - 10 + 6x = -5x - 3$

$8 + 6x = -5x - 3$

$8 + 11x = -3$

$11x = -11$

$x = -1$

b $7(5 - 4x) = 60 - 3(5 - 4x)$

$35 - 28x = 60 - 15 + 12x$

$35 - 28x = 45 + 12x$

$35 - 40x = 45$

$-40x = 10$

$x = -\frac{1}{4}$

c $1\frac{1}{3}a + 3 = \frac{1}{6}(a - 3)$

$\frac{4}{3}a + 3 = \frac{1}{6}a - \frac{1}{2}$

$6 \cdot \frac{4}{3}a + 6 \cdot 3 = 6 \cdot \frac{1}{6}a - 6 \cdot \frac{1}{2}$

$8a + 18 = a - 3$

$7a + 18 = -3$

$7a = -21$

$a = -3$

d $\frac{1}{3}x - 2 = \frac{1}{4}x + 5$

$12 \cdot \frac{1}{3}x - 12 \cdot 2 = 12 \cdot \frac{1}{4}x + 12 \cdot 5$

$4x - 24 = 3x + 60$

$x - 24 = 60$

$x = 84$

e $x(x + 3) + 7 = (x + 1)(x + 2) + 5x$

$x^2 + 3x + 7 = x^2 + 2x + x + 2 + 5x$

$x^2 + 3x + 7 = x^2 + 8x + 2$

$3x + 7 = 8x + 2$

$-5x + 7 = 2$

$-5x = -5$

$x = 1$

f $(x - 1)(x + 4) + 8 = x(x + 2) + 3$

$x^2 + 4x - x - 4 + 8 = x^2 + 2x + 3$

$x^2 + 3x + 4 = x^2 + 2x + 3$

$3x + 4 = 2x + 3$

$x + 4 = 3$

$x = -1$

g $\frac{2}{5}q - \frac{3}{7} = \frac{1}{2}(q + 1\frac{1}{7})$

$\frac{2}{5}q - \frac{3}{7} = \frac{1}{2}q + \frac{4}{7}$

$\frac{2}{5}q = \frac{1}{2}q + 1$

$10 \cdot \frac{2}{5}q = 10 \cdot \frac{1}{2}q + 10 \cdot 1$

$4q = 5q + 10$

$-q = 10$

$q = -10$

h $\frac{1}{3}(\frac{3}{4}x + 5) + \frac{5}{6}x = -\frac{1}{2}$

$\frac{1}{4}x + \frac{5}{3} + \frac{5}{6}x = -\frac{1}{2}$

$12 \cdot \frac{1}{4}x + 12 \cdot \frac{5}{3} + 12 \cdot \frac{5}{6}x = 12 \cdot -\frac{1}{2}$

$3x + 20 + 10x = -6$

$13x + 20 = -6$

$13x = -26$

$x = -2$

Bladzijde 133

6 **a** $a = 50 + 12 = 62$ geeft $B = 65 \cdot 62 + 300 = 4330$

De familie Wiebes moet 4330 euro betalen.

b De straal van de vloer is 12 : 2 = 6 m, dus opp. vloer is $\pi \cdot 6^2 = 113{,}09...$ m^2.

$B = 65 \cdot 113{,}09... + 300 \approx 7651{,}33$

Dus het aanleggen van de vloerverwarming kost 7651,33 euro.

c $B = 1600$ geeft $65a + 300 = 1600$

$65a = 1300$

$a = 20$

Dus de oppervlakte van de serre is 20 m^2.

7 **a** $t = 5$ en $a = 4$ geeft $y = \frac{1}{24}(5 + 1) \cdot 4 = \frac{1}{24} \cdot 6 \cdot 4 = 1$
Dus Jan mag op een dag 1 mg innemen.

b $y = 3$ en $t = 11$ geeft $\frac{1}{24}(11 + 1)a = 3$
$$\frac{1}{24} \cdot 12 \cdot a = 3$$
$$\frac{1}{2}a = 3$$
$$a = 6$$
Een volwassene mag per dag 6 mg van dat medicijn.

c $y = 4$ en $a = 12$ geeft $\frac{1}{24}(t + 1) \cdot 12 = 4$
$$\frac{1}{2}(t + 1) = 4$$
$$\frac{1}{2}t + \frac{1}{2} = 4$$
$$\frac{1}{2}t = 3\frac{1}{2}$$
$$t = 7$$
Dus Carla is 7 jaar oud.

8 **a** $N_P = at + b$
Door (0, 600), dus $b = 600$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{150}{4} = 37{,}5$
Dus $N_P = 37{,}5t + 600$.

$N_Q = at + b$
Door (0, 1000), dus $b = 1000$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{-50}{2} = -25$
Dus $N_Q = -25t + 1000$.

$N_T = N_P + N_Q = 37{,}5t + 600 + -25t + 1000 = 12{,}5t + 1600$
$N_T = 1750$ geeft $12{,}5t + 1600 = 1750$
$$12{,}5 = 150$$
$$t = \frac{150}{12{,}5} = 12$$
Dus na 12 jaar is het totale aantal medewerkers gelijk aan 1750.

Alternatieve uitwerking
$N_T = at + b$
Voor $t = 0$ is $N_T = N_P + N_Q = 600 + 1000 = 1600$, dus $b = 1600$.
Voor $t = 8$ is $N_T = N_P + N_Q = 900 + 800 = 1700$, dus $a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{1700 - 1600}{8} = 12{,}5$.
Dus $N_T = 12{,}5t + 1600$.
$N_T = 1750$ geeft $12{,}5t + 1600 = 1750$
$$12{,}5 = 150$$
$$t = \frac{150}{12{,}5} = 12$$
Dus na 12 jaar is het totale aantal medewerkers gelijk aan 1750.

b Evenveel medewerkers geeft $37{,}5t + 600 = -25t + 1000$
$$62{,}5t + 600 = 1000$$
$$62{,}5t = 400$$
$$t = \frac{400}{62{,}5} = 6{,}4$$
Dus na 6,4 jaar hebben beide vestigingen evenveel medewerkers.

Indien gekozen is voor de alternatieve uitwerking bij vraag a:
$N_P = at + b$
Door (0, 600), dus $b = 600$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{150}{4} = 37{,}5$
Dus $N_P = 37{,}5t + 600$.

$N_Q = at + b$
Door (0, 1000), dus $b = 1000$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{-50}{2} = -25$
Dus $N_Q = -25t + 1000$.

Evenveel medewerkers geeft $37{,}5t + 600 = -25t + 1000$
$62{,}5t + 600 = 1000$
$62{,}5t = 400$
$t = \frac{400}{62{,}5} = 6{,}4$
Dus na 6,4 jaar hebben beide vestigingen evenveel medewerkers.

9 **a** Noem de leeftijd van Tom nu x. Dan is de leeftijd van Ellen nu $x + 8$ jaar.
Over 2 jaar is Tom $x + 2$ jaar en Ellen is $2(x + 2)$ jaar, maar ook $x + 8 + 2$ jaar.
Hieruit volgt $2(x + 2) = x + 8 + 2$
$2x + 4 = x + 10$
$x + 4 = 10$
$x = 6$
Dus Tom is nu 6 jaar.

b Weegt Frits x kg, dan weegt Daan $x + 4$ kg en Joost $x + 4 + 3 = x + 7$ kg.
Samen wegen ze 155 kg. Dit geeft $x + x + 4 + x + 7 = 155$
$3x + 11 = 155$
$3x = 144$
$x = 48$
Dus Frits weegt 48 kg, Daan 52 kg en Joost 55 kg.

Diagnostische toets

Bladzijde 136

1 $y = 2x - 2$

x	0	4
y	-2	6

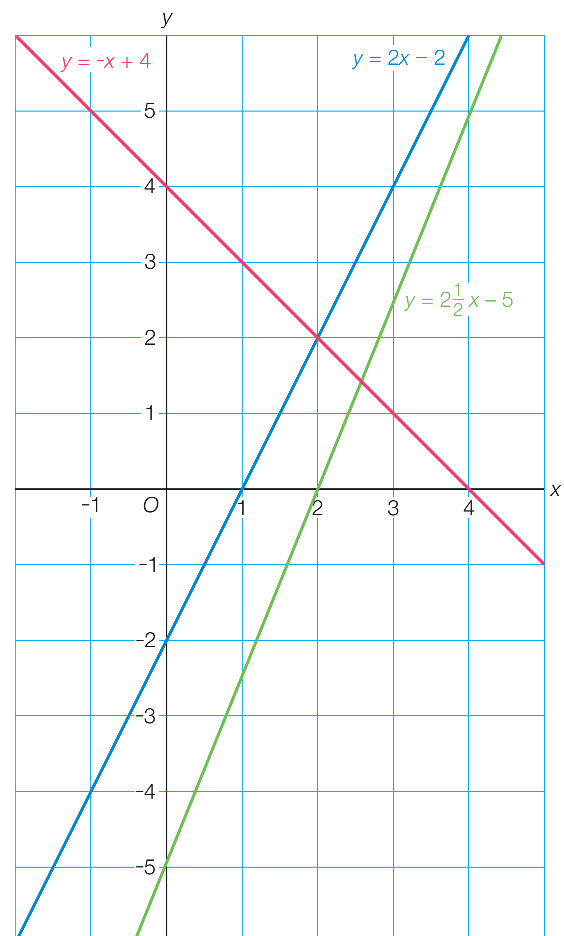
$y = 2\frac{1}{2}x - 5$

x	0	4
y	-5	5

$y = -x + 4$

x	0	4
y	4	0

Zie de figuur hiernaast.



2 **a** $x = 5$ geeft $y = -2 \cdot 5 - 5 = -10 - 5 = -15$, dus A ligt op de grafiek.
$x = 50$ geeft $y = -2 \cdot 50 - 5 = -100 - 5 = -105 \neq -95$, dus B ligt niet op de grafiek.
$x = 12\frac{1}{2}$ geeft $y = -2 \cdot 12\frac{1}{2} - 5 = -25 - 5 = -30$, dus C ligt op de grafiek.

b $x = -1$ geeft $y = -2 \cdot -1 - 5 = 2 - 5 = -3$, dus $d = -3$.

3 **a** De lijnen I en III en de lijnen II en IV zijn evenwijdig.
b De lijnen I en IV en de lijnen III, V en VI snijden de y-as in hetzelfde punt.
c Vijf lijnen zijn stijgend.

4 lijn k:
$y = ax + b$
Door (0, 3), dus $b = 3$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{3}{1} = 3$
Dus $y = 3x + 3$.

lijn l:
$y = ax + b$
Door (0, 0), dus $b = 0$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{3}{5}$
Dus $y = \frac{3}{5}x$.

lijn m:
$y = ax + b$
Door (0, 2), dus $b = 2$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$
Dus $y = -\frac{1}{2}x + 2$.

5 $y = ax + b$
$r \parallel q$, dus $a = \text{rc}_r = \text{rc}_q = -3$.
$\left.\begin{array}{l} y = -3x + b \\ \text{door } A(8, -12) \end{array}\right\}$ $-3 \cdot 8 + b = -12$
$-24 + b = -12$
$b = 12$
De formule van r is $y = -3x + 12$.

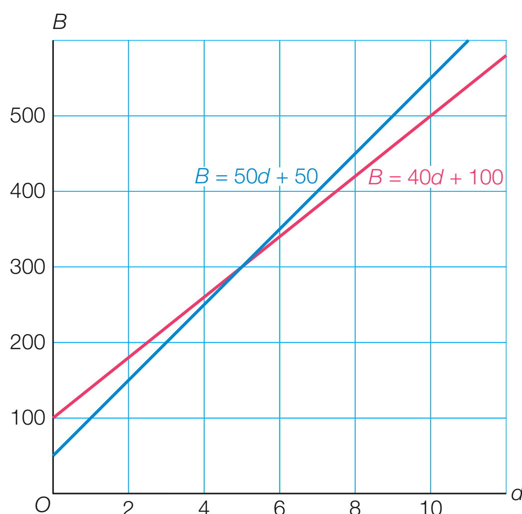
6 $R = at + b$
Door (0, 240), dus $b = 240$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{-240}{60} = -4$
De formule van p is $R = -4t + 240$.

Bladzijde 137

7 **a** Stel $B = ad + b$.
Door (0, 100), dus $b = 100$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{400}{10} = 40$
Dus $B = 40d + 100$.
b Je betaalt een vast bedrag van € 100 en verder betaal je € 40 per dag.
c $B = 50d + 50$

d	0	10
B	50	550

Zie de figuur hiernaast.



8 **a** $-2x - 6 = 16$
$-2x = 22$
$x = -11$
b $-x + 3 = 23$
$-x = 20$
$x = -20$
c $5x = 2$
$x = \frac{2}{5}$
d $5 + 3x = 26$
$3x = 21$
$x = 7$
e $-8a = 0$
$a = 0$
f $-p - 8 = 0$
$-p = 8$
$p = -8$

9 **a** $3x - 9 = 5x - 4$
$-2x - 9 = -4$
$-2x = 5$
$x = -2\frac{1}{2}$
b $4a - 25 = -1 + 7a$
$-3a - 25 = -1$
$-3a = 24$
$a = -8$
c $-5x + 12 = 22 - 3x$
$-2x + 12 = 22$
$-2x = 10$
$x = -5$
d $5x - x = 3x - 2$
$4x = 3x - 2$
$x = -2$
e $3 - 4q = -3q + 15$
$3 - q = 15$
$-q = 12$
$q = -12$
f $5 = 3x + 8$
$-3x + 5 = 8$
$-3x = 3$
$x = -1$

10 $-2x + 7 = x + 1$
$-3x + 7 = 1$
$-3x = -6$
$x = 2$
$x = 2$ geeft $y = 2 + 1 = 3$
Dus S is het punt (2, 3).

11 **a** $-5(a - 3) = 15(a - 6) + 5$
$-5a + 15 = 15a - 90 + 5$
$-5a + 15 = 15a - 85$
$-20a + 15 = -85$
$-20a = -100$
$a = 5$
b $5 - (x - 3) = 6 - 2x$
$5 - x + 3 = 6 - 2x$
$8 - x = 6 - 2x$
$8 + x = 6$
$x = -2$
c $1\frac{1}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{8}(x + 5) - 9$
$\frac{5}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{8}x + \frac{5}{8} - 9$
$8 \cdot \frac{5}{4}x - 8 \cdot \frac{1}{2} = 8 \cdot \frac{1}{8}x + 8 \cdot \frac{5}{8} - 8 \cdot 9$
$10x - 4 = x + 5 - 72$
$10x - 4 = x - 67$
$9x - 4 = -67$
$9x = -63$
$x = -7$
d $3(2p - 6) - 4(p - 8) = 5 - p$
$6p - 18 - 4p + 32 = 5 - p$
$2p + 14 = 5 - p$
$3p + 14 = 5$
$3p = -9$
$p = -3$
e $(x + 5)(x - 3) + 6 = x(x - 3) + 11$
$x^2 - 3x + 5x - 15 + 6 = x^2 - 3x + 11$
$x^2 + 2x - 9 = x^2 - 3x + 11$
$2x - 9 = -3x + 11$
$5x - 9 = 11$
$5x = 20$
$x = 4$
f $\frac{2}{3}(\frac{1}{5}x + 4) - 6 = 0$
$\frac{2}{15}x + \frac{8}{3} - 6 = 0$
$15 \cdot \frac{2}{15}x + 15 \cdot \frac{8}{3} - 15 \cdot 6 = 15 \cdot 0$
$2x + 40 - 90 = 0$
$2x - 50 = 0$
$2x = 50$
$x = 25$

12 Neem aan dat opa Bart nu x jaar is. Over 18 jaar is opa Bart $x + 18$ jaar en ook $4(x - 48)$ jaar.
Dit geeft $x + 18 = 4(x - 48)$
$x + 18 = 4x - 192$
$-3x + 18 = -192$
$-3x = -210$
$x = 70$
Opa Bart is nu 70 jaar.

Herhaling

Bladzijde 138

1 **a** $y = -1\frac{1}{2}x + 4$.

x	0	4
y	4	-2

Zie de figuur hiernaast.

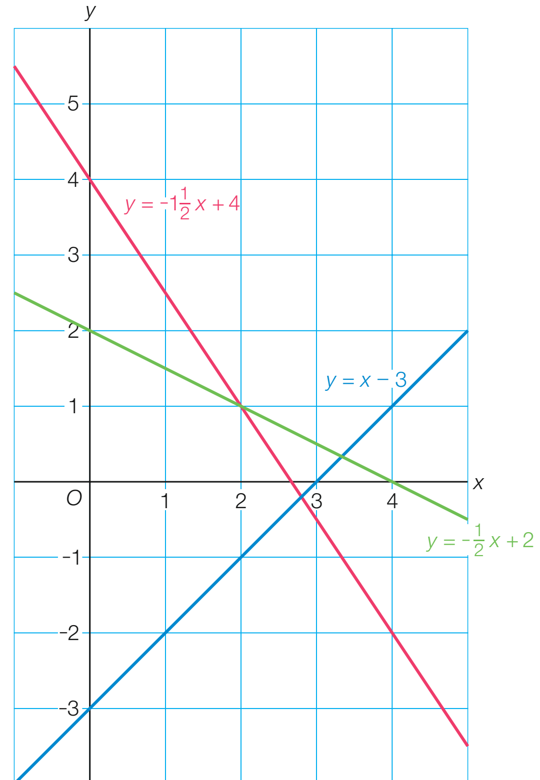
b $y = x - 3$

x	0	3
y	-3	0

$y = -\frac{1}{2}x + 2$

x	0	4
y	2	0

Zie de figuur hiernaast.



2 **a** $x = 30$ geeft $y = 4 \cdot 30 - 9 = 120 - 9 = 111 \neq 88$,
dus B ligt niet op de grafiek.
$x = -5$ geeft $y = 4 \cdot -5 - 9 = -20 - 9 = -29$,
dus C ligt op de grafiek.

b $x = 5$ geeft $y = 4 \cdot 5 - 9 = 20 - 9 = 11$, dus $p = 11$.

c $x = 12\frac{1}{2}$ geeft $y = 4 \cdot 12\frac{1}{2} - 9 = 50 - 9 = 41$, dus $q = 41$.

3 **a** De lijnen II en V zijn evenwijdig.
b De lijnen I en V snijden de y-as in hetzelfde punt.
c De lijnen I, II, III en V zijn stijgend.
d De lijnen IV en VI zijn dalend.

Bladzijde 139

4 **a** $b = 3$

b $a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{-4}{5} = -\frac{4}{5}$

c De formule die bij k hoort, is $y = -\frac{4}{5}x + 3$.

5 lijn p:
$y = ax + b$
Door (0, 4), dus $b = 4$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{-3}{2} = -1\frac{1}{2}$
Dus $y = -1\frac{1}{2}x + 4$.

lijn q:
$y = ax + b$
Door (0, 1), dus $b = 1$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{3}{5}$
Dus $y = \frac{3}{5}x + 1$.

lijn r:
$y = ax + b$
Door (0, 0), dus $b = 0$.
$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{-1}{3} = -\frac{1}{3}$
Dus $y = -\frac{1}{3}x$.

6 **a** $y = ax + b$
$m \,//\, l$, dus $a = \text{rc}_m = \text{rc}_l = -4$.
$\left.\begin{array}{l} y = -4x + b \\ \text{door } B(8, -20) \end{array}\right\}$ $-4 \cdot 8 + b = -20$
$-32 + b = -20$
$b = 12$
De formule van m is $y = -4x + 12$.

b $y = ax + b$
$p \,//\, n$, dus $a = \text{rc}_p = \text{rc}_n = -2\frac{1}{2}$.
$\left.\begin{array}{l} y = -2\frac{1}{2}x + b \\ \text{door } C(-8, -40) \end{array}\right\}$ $-2\frac{1}{2} \cdot -8 + b = -40$
$20 + b = -40$
$b = -60$
De formule van p is $y = -2\frac{1}{2}x - 60$.

7 **a** $b = 500$

b $a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{-300}{10} = -30$

c De formule van de lijn is $V = -30t + 500$.

Bladzijde 140

8 **a** De voorrijkosten zijn 40 euro.

b Het getal dat voor t staat, dus het bedrag per uur is 35 euro.

c $B = 37t + 45$

d Hij gaat uit van de formule $B = 50t$.

9 **a**
$-6x - 3 = 15$
$+3 \quad +3$
$-6x = 18$
$:-6 \quad :-6$
$x = -3$

b
$-4a = 28$
$:-4 \quad :-4$
$a = -7$

c
$-x + 9 = 9$
$-9 \quad -9$
$-x = 0$
$:-1 \quad :-1$
$x = 0$

d
$7x - 1 = 6$
$+1 \quad +1$
$7x = 7$
$:7 \quad :7$
$x = 1$

e
$a - 4 = 28$
$+4 \quad +4$
$a = 32$

f
$-1 - x = -10$
$+1 \quad +1$
$-x = -9$
$:-1 \quad :-1$
$x = 9$

10 **a**
$6x - 2 = 3x + 4$
$-3x \quad -3x$
$3x - 2 = 4$
$+2 \quad +2$
$3x = 6$
$:3 \quad :3$
$x = 2$

b
$5 - x = 4x - 60$
$-4x \quad -4x$
$5 - 5x = -60$
$-5 \quad -5$
$-5x = -65$
$:-5 \quad :-5$
$x = 13$

c
$3x + 8 = -4x + 8$
$+4x \quad +4x$
$7x + 8 = 8$
$-8 \quad -8$
$7x = 0$
$:7 \quad :7$
$x = 0$

d
$-5x - 8 = -x + 12$
$+x \quad +x$
$-4x - 8 = 12$
$+8 \quad +8$
$-4x = 20$
$:-4 \quad :-4$
$x = -5$

e
$7y - 2 = 8 - 3y$
$+3y \quad +3y$
$10y - 2 = 8$
$+2 \quad +2$
$10y = 10$
$:10 \quad :10$
$y = 1$

f
$7p - 2p = 8 - 3p$
$5p = 8 - 3p$
$+3p \quad +3p$
$8p = 8$
$:8 \quad :8$
$p = 1$

11 **a**
$3x - 5 = 2x + 1$
$x - 5 = 1$
$x = 6$
Dus de x-coördinaat van S is 6.

b $x = 6$ geeft $y = 2 \cdot 6 + 1 = 12 + 1 = 13$, dus de y-coördinaat van S is 13.

Bladzijde 141

12 **a** $4x - 9 = -3x + 5$
$7x - 9 = 5$
$7x = 14$
$x = 2$
Dus de x-coördinaat van T is 2.

b $x = 2$ geeft $y = 4 \cdot 2 - 9 = 8 - 9 = -1$, dus de y-coördinaat van T is -1.

13 **a** $2x - 3(3x - 11) = 5$
$2x - 9x + 33 = 5$
$-7x + 33 = 5$
$-33 \quad -33$
$-7x = -28$
$:-7 \quad :-7$
$x = 4$

b $3x - (8x - 3) = 13$
$3x - 8x + 3 = 13$
$-5x + 3 = 13$
$-3 \quad -3$
$-5x = 10$
$:-5 \quad :-5$
$x = -2$

c $5(a - 1) + 3(2 - 7a) = a - (a - 33)$
$5a - 5 + 6 - 21a = a - a + 33$
$-16a + 1 = 33$
$-1 \quad -1$
$-16a = 32$
$:-16 \quad :-16$
$a = -2$

d $(x + 3)(x + 5) = x(x - 3) - 7$
$x^2 + 5x + 3x + 15 = x^2 - 3x - 7$
$x^2 + 8x + 15 = x^2 - 3x - 7$
$-x^2 \quad -x^2$
$8x + 15 = -3x - 7$
$+3x \quad +3x$
$11x + 15 = -7$
$-15 \quad -15$
$11x = -22$
$:11 \quad :11$
$x = -2$

14 **a** $-\frac{2}{3}x - 1 = \frac{1}{2}x + \frac{1}{6}$
$6 \cdot -\frac{2}{3}x - 6 \cdot 1 = 6 \cdot \frac{1}{2}x + 6 \cdot \frac{1}{6}$
$-4x - 6 = 3x + 1$
$-3x \quad -3x$
$-7x - 6 = 1$
$+6 \quad +6$
$-7x = 7$
$:-7 \quad :-7$
$x = -1$

b $\frac{1}{2}(3x - 1) - \frac{1}{3} = x + \frac{1}{6}$
$1\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = x + \frac{1}{6}$
$6 \cdot 1\frac{1}{2}x - 6 \cdot \frac{1}{2} - 6 \cdot \frac{1}{3} = 6 \cdot x + 6 \cdot \frac{1}{6}$
$9x - 3 - 2 = 6x + 1$
$9x - 5 = 6x + 1$
$-6x \quad -6x$
$3x - 5 = 1$
$+5 \quad +5$
$3x = 6$
$:3 \quad :3$
$x = 2$

c $\frac{1}{3}x - 1 = \frac{1}{6}x + 3$
$6 \cdot \frac{1}{3}x - 6 \cdot 1 = 6 \cdot \frac{1}{6}x + 6 \cdot 3$
$2x - 6 = x + 18$
$-x \quad -x$
$x - 6 = 18$
$+6 \quad +6$
$x = 24$

d $\frac{3}{5}(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}) = \frac{1}{2}x + \frac{2}{5}$
$\frac{3}{10}x - \frac{3}{15} = \frac{1}{2}x + \frac{2}{5}$
$30 \cdot \frac{3}{10}x - 30 \cdot \frac{3}{15} = 30 \cdot \frac{1}{2}x + 30 \cdot \frac{2}{5}$
$9x - 6 = 15x + 12$
$-15x \quad -15x$
$-6x - 6 = 12$
$+6 \quad +6$
$-6x = 18$
$:-6 \quad :-6$
$x = -3$

15 **a** Hij was 25 jaar geleden $x - 25$ jaar.
Je krijgt de vergelijking $x + 15 = 5(x - 25)$.

b $x + 15 = 5(x - 25)$
$x + 15 = 5x - 125$
$-5x \quad -5x$
$-4x + 15 = -125$
$-15 \quad -15$
$-4x = -140$
$: -4 \quad : -4$
$x = 35$
Oom Frans is nu 35 jaar.

Onderzoek **Vergelijkingen bij klokkijken**

Bladzijde 142

1 **a** De groter wijzer draait in één uur helemaal rond.
Helemaal rond is 360° en een uur is 60 minuten.
Dus in een minuut draait de groter wijzer over 360° : 60 = 6°.

b In 5 minuten draait de grote wijzer over $5 \cdot 6° = 30°$.

c De grote wijzer draait in x minuten over $6x°$.

d De kleine wijzer draait in twaalf uur helemaal rond.
Dus in een uur draait de kleine wijzer over 360° : 12 = 30°.

e In een minuut draait de kleine wijzer over $30° : 60 = \frac{1}{2}°$.

f In 5 minuten draait de kleine wijzer over $5 \cdot \frac{1}{2}° = 2\frac{1}{2}°$.

g Uit vraag d volgt dat de kleine wijzer om één uur over 30° is gedraaid ten opzichte van de verticale stand.
Uit vraag e volgt dat de kleine wijzer na x minuten over $\frac{1}{2}x°$ is gedraaid.
Dus ten opzichte van de verticale stand maakt de kleine wijzer x minuten na één uur een hoek van $30 + \frac{1}{2}x$ graden.

h De grote wijzer draait in een minuut over 6°, dus x minuten na één uur maakt de grote wijzer een hoek van $6x$ graden met de verticale stand.
De wijzers staan op elkaar als de hoek van beide wijzers ten opzichte van de verticale stand hetzelfde is. Dat is het geval als $6x = 30 + \frac{1}{2}x$.
$6x = 30 + \frac{1}{2}x$
$5\frac{1}{2}x = 30$
$x = 5{,}454...$

i 0,454… minuten = $0{,}454\ldots \cdot 60 \approx 27$ seconden
Dus het is ongeveer 5 minuten en 27 seconden over 1.

2 **a** grote wijzer: $g = 6x$
kleine wijzer: $g = 60 + \frac{1}{2}x$

b Bij de stand hoort de vergelijking $6x = 60 + \frac{1}{2}x$
$5\frac{1}{2}x = 60$
$x = 10{,}909\ldots$
0,909… minuten = $0{,}909\ldots \cdot 60 \approx 55$ seconden
Dus het is ongeveer 10 minuten en 55 seconden over 2.

Bladzijde 143

3 Bij die stand hoort de vergelijking $6x = 90 + \frac{1}{2}x$
$5\frac{1}{2}x = 90$
$x = 16{,}363\ldots$
0,363… minuten = $0{,}363\ldots \cdot 60 \approx 22$ seconden
Dus in dat geval is het ongeveer 16 minuten en 22 seconden over 3.

4 $5\frac{1}{2}x = 120$
$x = 21{,}818\ldots$ geeft als bijbehorende tijd 04:21:49 uur.

$5\frac{1}{2}x = 150$
$x = 27{,}272\ldots$ geeft als bijbehorende tijd 05:27:16 uur.

$5\frac{1}{2}x = 180$
$x = 32{,}727\ldots$ geeft als bijbehorende tijd 06:32:44 uur.

$5\frac{1}{2}x = 210$
$x = 38{,}181\ldots$ geeft als bijbehorende tijd 07:38:11 uur.

$5\frac{1}{2}x = 240$
$x = 43{,}636\ldots$ geeft als bijbehorende tijd 08:43:38 uur.

$5\frac{1}{2}x = 270$
$x = 49{,}090\ldots$ geeft als bijbehorende tijd 09:49:05 uur.

$5\frac{1}{2}x = 300$
$x = 54{,}545\ldots$ geeft als bijbehorende tijd 10:54:33 uur.

$5\frac{1}{2}x = 330$
$x = 60$ geeft als bijbehorende tijd 12 uur.

Daarna volgen 13:05:27 uur, 14:10:55 uur, 15:16:22 uur, 16:21:49 uur, 17:27:16 uur, 18:32:44 uur, 19:38:11 uur, 20:43:38 uur, 21:49:05 uur en 22:54:33 uur. Bij 24:00:00 uur oftewel 00:00:00 uur begint de volgende dag.
Dus de wijzers staan per dag 22 keer op elkaar.

5 **a** De kleine wijzer is over $300 + \frac{1}{2}x$ graden met de klok mee gedraaid ten opzichte van de verticale stand. Helemaal rond is 360 graden. Dus de hoek die de kleine wijzer tegen de klok in maakt met de verticale stand is $360 - (300 + \frac{1}{2}x) = 360 - 300 - \frac{1}{2}x = 60 - \frac{1}{2}x$ graden.

b De vergelijking bij deze stand is $6x = 60 - \frac{1}{2}x$

$$6\frac{1}{2}x = 60$$
$$x = 9{,}230\ldots$$

$0{,}230\ldots$ minuten $= 0{,}230\ldots \cdot 60 \approx 14$ seconden
Het is dan dus ongeveer 9 minuten en 14 seconden over 10.

6 De kleine wijzer is over $270 + \frac{1}{2}x$ graden met de klok mee gedraaid ten opzichte van de verticale stand. Dus de hoek die de kleine wijzer tegen de klok in maakt met de verticale stand is $360 - (270 + \frac{1}{2}x) = 360 - 270 - \frac{1}{2}x = 90 - \frac{1}{2}x$ graden.
Bij deze stand hoort de vergelijking $6x = 90 - \frac{1}{2}x$

$$6\frac{1}{2}x = 90$$
$$x = 13{,}846\ldots$$

$0{,}846\ldots$ minuten $= 0{,}846\ldots \cdot 60 \approx 51$ seconden
Het is dan dus ongeveer 13 minuten en 51 seconden over 9.

7 De kleine wijzer is over $60 + \frac{1}{2}x$ graden gedraaid, dus de hoek die de kleine wijzer met de klok mee maakt met de verticale stand is $60 + \frac{1}{2}x$ graden.
De grote wijzer is over $6x$ graden gedraaid, dus de hoek die de grote wijzer tegen de klok in maakt met de verticale stand is $360 - 6x$ graden.
Hierbij hoort de vergelijking $60 + \frac{1}{2}x = 360 - 6x$

$$60 + 6\frac{1}{2}x = 360$$
$$6\frac{1}{2}x = 300$$
$$x = 46{,}153\ldots$$

0,153… minuten = 0,153… · 60 ≈ 9 seconden
Het is dan dus ongeveer 02:46:09 uur, oftewel 13 minuten en 51 seconden voor 3.

8 **a** De grote wijzer draait in een minuut over 6°, dus in x minuten draait de grote wijzer over $6x°$.
De kleine wijzer draait in 24 uur over 360°, dus in een uur over 360° : 24 = 15° en in een minuut over 15° : 60 = $\frac{1}{4}$°.
Iets na 3 uur staan de wijzers op elkaar. In drie uur draait de kleine wijzer over 3 · 15° = 45°.
Je krijgt de vergelijking $6x = 45 + \frac{1}{4}x$

$$5\frac{3}{4}x = 45$$
$$x = 7{,}826\ldots$$

0,826… minuten = 0,826… · 60 ≈ 50 seconden
Het is dan dus ongeveer 7 minuten en 50 seconden over 3.

b In 20 uur draait de kleine wijzer over 20 · 15° = 300°. Dus bij de tijd in de rechter figuur is de kleine wijzer gedraaid over $300 + \frac{1}{4}x$ graden met de klok mee ten opzichte van de verticale stand. De kleine wijzer maakt in dat geval een hoek tegen de klok in met de verticale stand van $360 - (300 + \frac{1}{4}x) = 360 - 300 - \frac{1}{4}x = 60 - \frac{1}{4}x$ graden.
Dus bij de stand hoort de vergelijking $6x = 60 - \frac{1}{4}x$

$$6\frac{1}{4}x = 60$$
$$x = 9{,}6$$

0,6 minuten = 0,6 · 60 = 36 seconden
Het is dan dus ongeveer 20:09:36 uur, oftewel 9 minuten en 36 seconden over 8.

4 Procenten en diagrammen

Voorkennis Procenten

Bladzijde 146

1
a 8% van 620 is $0{,}08 \cdot 620 = 49{,}6$.
b 2,3% van 80 is $0{,}023 \cdot 80 = 1{,}84$.
c 89,6% van 5700 is $0{,}896 \cdot 5700 = 5107{,}2$.
d 0,9% van 250 is $0{,}009 \cdot 250 = 2{,}25$.
e 0,07% van 880 is $0{,}0007 \cdot 880 = 0{,}616$.
f 49,3% van 700 is $0{,}493 \cdot 700 = 345{,}1$.

2
a Er waren $0{,}131 \cdot 1891 \approx 248$ zwembaden in Zuid-Holland.
b $100\% - 44{,}2\% = 55{,}8\%$ is man.
Er zijn $0{,}558 \cdot 129 \approx 72$ mannen lid.

Bladzijde 147

3
a 12 van 57 is $\frac{12}{57} \cdot 100\% \approx 21{,}1\%$.
b 51 van 83 is $\frac{51}{83} \cdot 100\% \approx 61{,}4\%$.
c 3,7 van 18 is $\frac{3{,}7}{18} \cdot 100\% \approx 20{,}6\%$.
d 1,7 van 2 is $\frac{1{,}7}{2} \cdot 100\% = 85\%$.
e 813 van 10 815 is $\frac{813}{10\,815} \cdot 100\% \approx 7{,}5\%$.
f 183 van 185 is $\frac{183}{185} \cdot 100\% \approx 98{,}9\%$.

4
a 1478 van 13 446 is $\frac{1478}{13\,446} \cdot 100\% \approx 11{,}0\%$.
b 461 van 1478 is $\frac{461}{1478} \cdot 100\% \approx 31{,}2\%$.

5
a Dat zijn $0{,}159 \cdot 145 \approx 23$ natuurgebieden.
b 11 van 145 is $\frac{11}{145} \cdot 100\% \approx 7{,}6\%$.
c $0{,}364 \cdot 11 \approx 4$ natuurgebieden op de Waddeneilanden.
Dat is $\frac{4}{145} \cdot 100\% \approx 2{,}8\%$.

4.1 Rekenen met procentuele toe- en afname

Bladzijde 148

1
a Je betaalt per week $0{,}20 \cdot 525 = 105$ euro meer.
b In het hoogseizoen betaal je $525 + 105 = 630$ euro per week.

Bladzijde 149

2
a De nieuwe prijs is $1{,}052 \cdot 3{,}09 \approx 3{,}25$ euro.
b Het nieuwe aantal leden is $1{,}079 \cdot 318 \approx 343$.
c 3,5 meter = 350 cm
De nieuwe hoogte is $1{,}057 \cdot 350 \approx 370$ cm.

3
a Er zijn die dag $1{,}304 \cdot 56 \approx 73$ klanten in de winkel.
b De riemen kosten $75 : 20 = 3{,}75$ per stuk.
Ze worden voor $1{,}547 \cdot 3{,}75 \approx 5{,}80$ euro verkocht.
Imane moet $3 \cdot 5{,}80 = 17{,}40$ euro betalen.

4
In 2022 waren er $0{,}549 \cdot 1024 \approx 562$ meisjes.
Dus in 2023 waren er $562 - 15 = 547$ meisjes.
In 2023 waren er $1{,}012 \cdot 1024 \approx 1036$ leerlingen.
Dus in 2023 zaten er $1036 - 547 = 489$ jongens op het Groenhorst College.

5 Haar oude salaris is met 1,075 vermenigvuldigd.
Dus eerst verdiende ze 6,45 : 1,075 = 6 euro per uur.

L1 **a** De nieuwe prijs is $1{,}064 \cdot 2{,}49 \approx 2{,}65$ euro.
b Het nieuwe aantal leerlingen is $1{,}031 \cdot 223 \approx 230$.

6 **a** Je moet dan nog 80% betalen.
b nieuw = 0,8 × oud
c Je betaalt dan $0{,}8 \cdot 90 = 72$ euro per dag.

Bladzijde 150

7 **a** De nieuwe prijs is $0{,}86 \cdot 8{,}95 \approx 7{,}70$ euro.
b Het aantal leden in 2023 was $0{,}952 \cdot 854 \approx 813$.
c Zijn gewicht op 1 januari 2023 was $0{,}932 \cdot 78{,}2 \approx 72{,}9$ kg.

8 **a** De nieuwe contributie is $0{,}918 \cdot 185 = 169{,}83$ euro.
b $327 + 433 = 760$ leden
Het nieuwe ledenaantal is $1{,}037 \cdot 760 \approx 788$.

Bladzijde 151

9 met klantenkaart:
De totaalprijs zonder korting is $2 \cdot 44{,}95 + 25{,}50 = 115{,}40$ euro.
Amir betaalt $0{,}90 \cdot 115{,}40 = 103{,}86$ euro.

met kortingsactie:
De controller kost $0{,}55 \cdot 25{,}50 \approx 14{,}03$ euro.
Amir betaalt $2 \cdot 44{,}95 + 14{,}03 = 103{,}93$ euro.

Dus het is voordeliger de klantenkaart te gebruiken.
Het scheelt $103{,}93 - 103{,}86 = 0{,}07$ euro, oftewel 7 cent.

10 Stel dat het bedrag 100 euro is, dan krijg je eerst $1{,}30 \cdot 100 = 130$ euro.
Daarna krijg je $0{,}75 \cdot 130 = 97{,}50$ euro.
Dat is minder dan waar je mee begon, dus het is niet verstandig dat te doen.

Alternatieve uitwerking
Met 30% omhoog is vermenigvuldigen met 1,30 en met 25% omlaag is vermenigvuldigen met 0,75.
In totaal vermenigvuldig je met $1{,}30 \cdot 0{,}75 = 0{,}975$, dus het bedrag gaat met 2,5% omlaag. Dus het is niet verstandig dat te doen.

11 **a** $0{,}4 \cdot 60 = 24$ minuten
Op dinsdag is hij $1{,}75 \cdot 24 = 42$ minuten aan het gamen.
b Op zondag kijkt hij $0{,}70 \cdot 3{,}5 = 2{,}45$ uur naar video's.
Dat is 2 uur en $0{,}45 \cdot 60 = 27$ minuten.

12 **a** Op dinsdag doet ze er $1{,}40 \cdot 1{,}5 = 2{,}1$ uur over.
Dat is 2 uur en $0{,}1 \cdot 60 = 6$ minuten.
b Op maandag besteedt hij $0{,}075 \cdot 24 = 1{,}8$ uur aan zijn huiswerk.
Op dinsdag is dat $0{,}75 \cdot 1{,}8 = 1{,}35$ uur.
Dat is 1 uur en $0{,}35 \cdot 60 = 21$ minuten.
c 2 uur en 50 minuten is $2\frac{5}{6}$ uur.
Dus ze heeft $\frac{2\frac{5}{6}}{24} \cdot 100\% \approx 11{,}8\%$ van die dag aan haar huiswerk besteed.

13 Van 9:45 uur tot 12:25 uur is 2 uur en 40 minuten, oftewel 160 minuten.
trainingstijd dinsdag = 0,8 · trainingstijd maandag, dus
trainingstijd dinsdag : 0,8 = trainingstijd maandag.
Dus op maandag doet Frits 160 : 0,8 = 200 minuten over de ronde.
Dat is 3 uur en 20 minuten.
Dus op maandag is hij om 13:05 uur weer terug.

L2 **a** De nieuwe prijs is $0{,}815 \cdot 325{,}79 \approx 265{,}52$ euro.
b Dat waren er $0{,}298 \cdot 1285 \approx 383$.

4.2 Procentuele verandering

Bladzijde 152

14 Een verbetering van 5 cm is in verhouding tot het oude record van Nicole een grotere toename dan in verhouding tot het oude record van Danny.

Bladzijde 153

15 Omdat je wilt weten hoe de nieuwe situatie is veranderd ten opzichte van de oude situatie.

16 **a** De absolute prijsverhoging is $19{,}95 - 18{,}99 = 0{,}96$ euro.
De relatieve prijsverhoging is $\frac{0{,}96}{18{,}99} \cdot 100\% \approx 5{,}1\%$.
b $\frac{0{,}18}{1{,}75} \cdot 100\% \approx 10{,}3\%$
De prijsverhoging is 10,3%.

17 **a** $\frac{120\,000 - 118\,753}{118\,753} \cdot 100\% \approx 1{,}1\%$
Het aantal campers is met 1,1% toegenomen.
b Deze week is de prijs $19{,}50 - 1{,}75 = 17{,}75$ euro.
$\frac{1{,}75}{17{,}75} \cdot 100\% \approx 9{,}9\%$
De prijs stijgt met 9,9%.

18 **a** $\frac{587\,792 - 561\,914}{561\,914} \cdot 100\% \approx 4{,}6\%$
Het aantal inwoners is met 4,6% toegenomen.
b De oude prijs was $(10{,}50 - 1) + (4{,}75 - 0{,}50) = 13{,}75$ euro.
$\frac{1 + 0{,}50}{13{,}75} \cdot 100\% \approx 10{,}9\%$
Eline is 10,9% duurder uit.

19 5% van de oude prijs is 3 euro, dus de oude prijs is $\frac{3{,}00}{0{,}05} = 60$ euro.
De nieuwe prijs wordt $60 + 3 = 63$ euro.

20 Het salaris van Werner is 20% en dat van zijn baas 100%.
$\frac{100 - 20}{20} \cdot 100\% = 400\%$
Dus het salaris van zijn baas is 400% meer dan dat van Werner.

Bladzijde 154

L3 **a** $\frac{23}{352} \cdot 100\% \approx 6{,}5\%$
De procentuele toename is 6,5%.
b $\frac{23{,}50 - 22}{22} \cdot 100\% \approx 6{,}8\%$
De procentuele prijsverhoging is 6,8%.

Bladzijde 155

21 **a** $\frac{28\,000 - 120\,000}{120\,000} \cdot 100\% \approx -76{,}7\%$

Het aantal broedparen is met 76,7% afgenomen.

b De absolute afname is $29\,015 - 24\,678 = 4337$.

De relatieve afname is $\frac{4337}{29\,015} \cdot 100\% \approx 14{,}9\%$.

c De oude prijs was $25{,}50 + 4{,}75 = 30{,}25$ euro.

De korting is $\frac{4{,}75}{30{,}25} \cdot 100\% \approx 15{,}7\%$.

22 **a** Het aantal leerlingen was $613 + 627 = 1240$.

$\frac{1260 - 1240}{1240} \cdot 100\% \approx 1{,}6\%$

Het aantal leerlingen is met 1,6% toegenomen.

b Een jaar later zit $100\% - 50{,}8\% = 49{,}2\%$ van de leerlingen in de bovenbouw.

Dat zijn $0{,}492 \cdot 1260 \approx 620$ leerlingen.

$\frac{620 - 627}{627} \cdot 100\% \approx -1{,}1\%$

Het aantal leerlingen in de bovenbouw is afgenomen met 1,1%.

23 **a** Het aantal buitenlandse vakanties was $11{,}7 + 11{,}2 = 22{,}9$ miljoen.

Dat is een afname van $\frac{11{,}2}{22{,}9} \cdot 100\% \approx 48{,}9\%$.

b Het aantal zomervakanties in eigen land is met $\frac{0{,}6}{9{,}9} \cdot 100\% \approx 6{,}1\%$ toegenomen.

c Het totale aantal zomervakanties in 2019 was $9{,}9 + 13{,}7 = 23{,}6$ miljoen.

In 2020 was dat $9{,}9 + 0{,}6 + 4{,}4 = 14{,}9$ miljoen.

$\frac{14{,}9 - 23{,}6}{23{,}6} \cdot 100\% \approx -36{,}9\%$

Dus het totale aantal zomervakanties is afgenomen met 36,9%.

d In 2020 werd $0{,}458 \cdot 22{,}5 = 10{,}305$ miljard euro aan vakanties uitgegeven. Dat is 10 305 miljoen euro.

In dat jaar was het totale aantal vakanties $11{,}7 + 17{,}0 = 28{,}7$ miljoen.

In 2020 werd gemiddeld $\frac{10\,305}{28{,}7} \approx 359{,}06$ euro per vakantie uitgegeven.

In 2019 was het totale aantal vakanties $22{,}9 + 17{,}0 + 1 = 40{,}9$ miljoen.

In dat jaar werd 22,5 miljard euro, oftewel 22 500 miljoen euro aan vakanties uitgegeven. Dat is gemiddeld $\frac{22\,500}{40{,}9} \approx 550{,}12$ euro per vakantie.

$\frac{359{,}06 - 550{,}12}{550{,}12} \cdot 100\% \approx -34{,}7\%$

In 2020 werd gemiddeld per vakantie minder geld uitgegeven, het scheelt 34,7%.

Bladzijde 156

24 12,5% van de oorspronkelijke prijs is 22,75 euro, dus de oorspronkelijke prijs is $\frac{22{,}75}{0{,}125} = 182$ euro.

Bilal moet $182 - 22{,}75 = 159{,}25$ euro betalen.

25 **a** In 2021 was de winst $0{,}70 \cdot 12\,000 = 8400$ euro.

In 2022 was de winst $0{,}75 \cdot 8400 = 6300$ euro.

Dat is een absolute afname van $12\,000 - 6300 = 5700$ euro.

b In 2022 was de winst $\frac{5700}{12\,000} \cdot 100\% = 47{,}5\%$ minder dan in 2020.

26 In 2021 was de omzet $1{,}18 \cdot 3{,}4 = 4{,}012$ miljoen euro.
In 2022 was de omzet $0{,}78 \cdot 4{,}012 = 3{,}12\ldots$ miljoen euro.
$\frac{3{,}12\ldots - 3{,}4}{3{,}4} \cdot 100\% \approx -8{,}0\%$
Dus in 2022 was de omzet 8,0% lager dan in 2020.

27 **a** De prijs na verhoging is $1{,}10 \cdot 19{,}00 = 20{,}90$ euro.
Om weer op 19,00 euro uit te komen, is er een afname nodig van
$20{,}90 - 19{,}00 = 1{,}90$ euro.
Dus de prijs moet met $\frac{1{,}90}{20{,}90} \cdot 100\% \approx 9{,}1\%$ verlaagd worden.

Alternatieve uitwerking
Om weer op de oorspronkelijke prijs uit te komen, moet je de vermenigvuldiging met 1,10 ongedaan maken. Daarvoor moet je met $\frac{1}{1{,}10} \approx 0{,}909$ vermenigvuldigen.
Dat is een afname van 9,1%.

b De prijs na verlaging is $0{,}9 \cdot 19{,}00 = 17{,}10$ euro.
Om weer op 19,00 euro uit te komen, is er een toename nodig van
$19{,}00 - 17{,}10 = 1{,}90$ euro.
Dus de prijs moet met $\frac{1{,}90}{17{,}10} \cdot 100\% \approx 11{,}1\%$ verhoogd worden.

Alternatieve uitwerking
Om weer op de oorspronkelijke prijs uit te komen, moet je de vermenigvuldiging met 0,90 ongedaan maken. Daarvoor moet je met $\frac{1}{0{,}90} \approx 1{,}111$ vermenigvuldigen.
Dat is een toename van 11,1%.

L4 **a** De procentuele afname is $\frac{75}{399} \cdot 100\% \approx 18{,}8\%$.
b $\frac{120\,182 - 122\,533}{122\,533} \cdot 100\% \approx -1{,}9\%$
De procentuele afname is 1,9%.

4.3 Diagrammen

Bladzijde 157

28 **a** De oppervlakte van Terschelling is 86 km^2.
Dat is $86 - 59 = 27$ km^2 groter dan Ameland.
b De oppervlakte van Schiermonnikoog is 44 km^2.
Dus dat is gemiddeld $\frac{931}{44} \approx 21$ inwoners per km^2.
c De totale oppervlakte is $59 + 44 + 86 + 161 + 36 = 386$ km^2.
Texel is de grootste met een oppervlakte van 161 km^2.
Dat is $\frac{161}{386} \cdot 100\% \approx 41{,}7\%$.

Bladzijde 158

29 **a** Op 5 dagen was de maximumtemperatuur 21 °C.
b Het verschil tussen de maximumtemperaturen was het grootst tussen 21 en 22 augustus. Het lijndiagram is daar het steilst.
c Op 17 van de 31 dagen was de maximumtemperatuur 25 °C of hoger.
Dus op $\frac{17}{31} \cdot 100\% \approx 54{,}8\%$.
d In het lijndiagram staan maximumtemperaturen en geen minimumtemperaturen, dus het is in deze periode ook kouder dan 18 °C geweest. Dus Erik heeft geen gelijk.

30



Bladzijde 159

31 **a** In 8 van de 11 jaren werden meer dan een miljoen fietsen verkocht.
Dus in $\frac{8}{11} \cdot 100\% \approx 72{,}7\%$.

b $\frac{1100 - 1005}{1005} \cdot 100\% \approx 9{,}5\%$
In 2020 werden 9,5% meer fietsen verkocht dan in 2019.

c $\frac{985 - 1215}{1215} \cdot 100\% \approx -18{,}9\%$
In 2015 werden 18,9% minder fietsen verkocht dan in 2010.

d Het verschil in aantallen verkochte fietsen was het grootst tussen 2011 en 2012.

e De gemiddelde verkoopprijs in 2019 was $\frac{1\,252\,000\,000}{1\,005\,000} \approx 1250$ euro.

32 In 2021 werden er 5500 exemplaren verkocht en in 2018 waren dat er 4000.
Dat zijn er niet vier keer zoveel, dus de uitgever heeft geen gelijk.

Bladzijde 160

33 **a** Het totale aantal bezoekers was
$1\,561\,000 + 5\,257\,000 + 2\,449\,000 + 2\,678\,000 + 2\,135\,000 + 2\,532\,000 = 16\,612\,000$.
Dus $\frac{5\,257\,000}{16\,612\,000} \cdot 100\% \approx 31{,}6\%$ ging naar de Efteling.

b In 2018 was het bezoekersaantal $1\,561\,000 - 130\,000 = 1\,431\,000$.
Dus de procentuele toename is $\frac{130\,000}{1\,431\,000} \cdot 100\% \approx 9{,}1\%$.

c In 2019 waren er 5 257 000 bezoekers.
Gemiddeld maakte de Efteling per bezoeker $\frac{19\,300\,000}{5\,257\,000} \approx 3{,}67$ winst.

d $100\% - 12\% = 88\%$ van de bezoekers kwam uit het buitenland.
Dat waren $0{,}88 \cdot 2\,532\,000 \approx 2\,228\,000$ bezoekers.

34 **a** $\frac{131-119}{119} \cdot 100\% \approx 10{,}1\%$

In 2019 was het drinkwaterverbruik per persoon per dag 10,1% meer dan in 2016.

b $\frac{132-137}{137} \cdot 100\% \approx -3{,}6\%$

In 1998 was het drinkwaterverbruik per persoon per dag 3,6% minder dan in 1995.

c Uit het lijndiagram kun je niet aflezen wat het drinkwaterverbruik in 2005 was. Het kan bijvoorbeeld zo zijn dat het drinkwaterverbruik in 2005 lager was dan in 2004 en daarna pas is gestegen.

d 131 liter = 0,131 m^3

Dus in 2019 werd er in totaal 17,1 · 0,131 · 365 ≈ 818 miljoen m^3 drinkwater gebruikt.

e In 2016 werd gemiddeld 0,429 · 119 · 365 ≈ 18 600 liter drinkwater per persoon gebruikt voor douchen en baden.

Bladzijde 161

L5 **a** Burgers' Zoo had 1 129 000 − 1 060 000 = 69 000 bezoekers meer dan Ouwehands Dierenpark.

b De twee best bezochte dierentuinen hadden samen 1 561 000 + 1 400 000 = 2 961 000 bezoekers.

c In 2018 was het bezoekersaantal 1 150 000 − 37 000 = 1 113 000.

Dus de procentuele toename is $\frac{37\,000}{1\,113\,000} \cdot 100\% \approx 3{,}3\%$.

L6 **a** De grootste toename was tussen 2016 en 2017.

De toename was toen 1 055 000 − 997 000 = 58 000 bezoekers.

b $\frac{1\,060\,000-985\,000}{985\,000} \cdot 100\% \approx 7{,}6\%$

In 2018 trok Ouwehands Dierenpark 7,6% meer bezoekers dan in 2014.

Bladzijde 162

35 **a** In 2019 was 4% van de verkochte fietsen een hybridefiets.

b In 2019 werden er 0,42 · 1 007 000 ≈ 423 000 elektrische fietsen verkocht.

Bladzijde 163

36 **a** Het is lastig om hoeken nauwkeuriger te tekenen dan gehele graden.

b Je kunt gebruiken dat 192° = 180° + 12°, dus eerst een gestrekte hoek en daarna een hoek van 12° tekenen.

Alternatieve uitwerking

Je kunt de overblijvende stompe hoek van 360° − 192° = 168° tekenen.

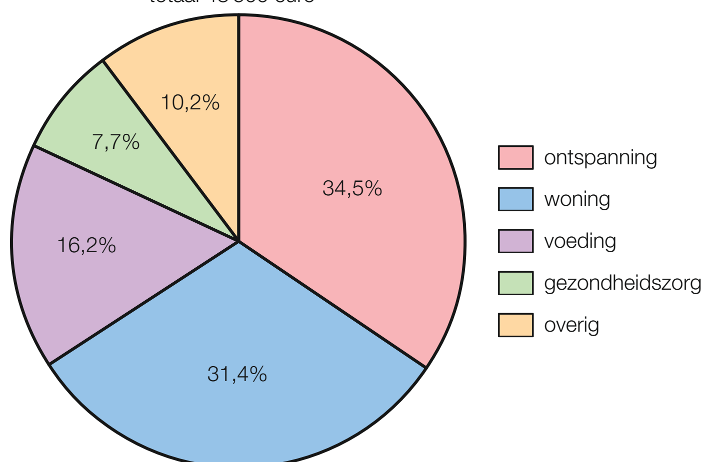
37 **a** De familie Veerman besteedt 0,162 · 48 500 = 7857 euro aan voeding.

b overig = 100% − 34,5% − 31,4% − 16,2% − 7,7% = 10,2%

De familie Veerman besteedt 0,102 · 48 500 = 4947 euro aan overig.

c

ontspanning	0,345 · 360° ≈ 124°
woning	0,314 · 360° ≈ 113°
voeding	0,162 · 360° ≈ 58°
gezondheidszorg	0,077 · 360° ≈ 28°
overig	0,102 · 360° ≈ 37°



Bladzijde 164

38 In totaal is het 24 uur.

slapen $8{:}50$ is $8 + \frac{50}{60} = 8{,}83\ldots$ uur.

$\frac{8{,}83\ldots}{24} \cdot 360° \approx 133°$

$\frac{8{,}83\ldots}{24} \cdot 100\% \approx 36{,}8\%$

school $7{:}10$ is $7 + \frac{10}{60} = 7{,}16\ldots$ uur.

$\frac{7{,}16\ldots}{24} \cdot 360° \approx 108°$

$\frac{7{,}16\ldots}{24} \cdot 100\% \approx 29{,}9\%$

eten $1{:}30$ is $1 + \frac{30}{60} = 1{,}5$ uur.

$\frac{1{,}5}{24} \cdot 360° \approx 23°$

$\frac{1{,}5}{24} \cdot 100\% \approx 6{,}3\%$

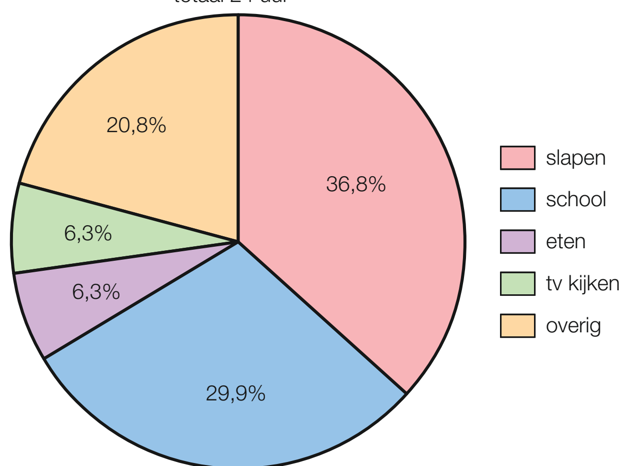
tv kijken $1{:}30$ is $1 + \frac{30}{60} = 1{,}5$ uur.

$\frac{1{,}5}{24} \cdot 360° \approx 23°$

$\frac{1{,}5}{24} \cdot 100\% \approx 6{,}3\%$

overig $\frac{5}{24} \cdot 360° = 75°$

$\frac{5}{24} \cdot 100\% \approx 20{,}8\%$



39
a In Gelderland waren er $0{,}139 \cdot 308\,500 \approx 42\,900$ slaapplaatsen.
b Bij de sector Groningen hoort $\frac{3960}{308\,500} \cdot 100\% \approx 1{,}3\%$.
c Bij de sector Noord-Holland hoort $\frac{34\,380}{308\,500} \cdot 360° \approx 40°$.
d Bij de sector Noord-Holland hoort $\frac{34\,380}{308\,500} \cdot 100\% \approx 11{,}1\%$.
Bij de sector Zuid-Holland hoort
$100\% - 1{,}3\% - 6{,}4\% - 10{,}1\% - 8{,}4\% - 3{,}3\% - 13{,}9\% - 1{,}4\% - 11{,}1\% - 12\% - 9{,}9\% - 14{,}3\% = 7{,}9\%$.
Dus de hoek is $0{,}079 \cdot 360° \approx 28°$.
e In Limburg waren er $0{,}143 \cdot 308\,500 \approx 44\,116$ slaapplaatsen.
In Noord-Brabant waren er $0{,}099 \cdot 308\,500 \approx 30\,542$ slaapplaatsen.
Dus dat zijn er $44\,116 - 30542 \approx 13\,600$ meer.
f In Zeeland waren er $0{,}120 \cdot 308\,500 = 37\,020$ slaapplaatsen in vakantiehuisjes.
Dus het gevraagde percentage is $\frac{37\,020}{147\,000} \cdot 100\% \approx 25{,}2\%$.

Bladzijde 165

40
a totaal $= 53{,}3 + 32{,}9 + 30{,}7 + 26{,}1 + 21{,}6 = 164{,}6$

industrie $\frac{53{,}3}{164{,}6} \cdot 360° \approx 117°$

$\frac{53{,}3}{164{,}6} \cdot 100\% \approx 32{,}4\%$

elektriciteit $\frac{32{,}9}{164{,}6} \cdot 360° \approx 72°$

$\frac{32{,}9}{164{,}6} \cdot 100\% \approx 20{,}0\%$

mobiliteit $\frac{30{,}7}{164{,}6} \cdot 360° \approx 67°$

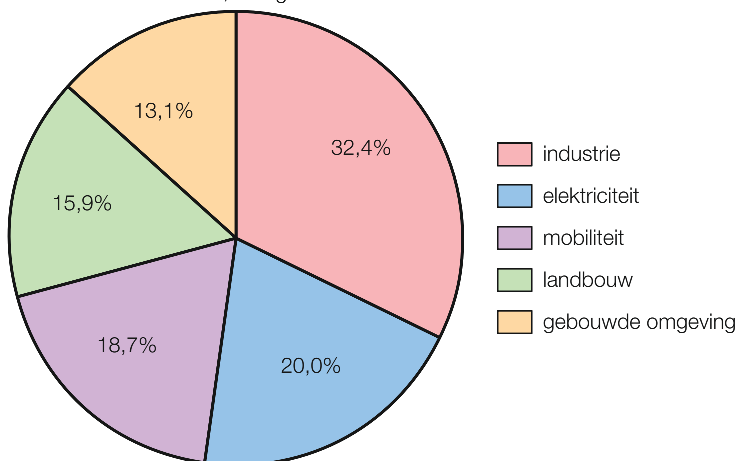
$\frac{30{,}7}{164{,}6} \cdot 100\% \approx 18{,}7\%$

landbouw $\frac{26{,}1}{164{,}6} \cdot 360° \approx 57°$

$\frac{26{,}1}{164{,}6} \cdot 100\% \approx 15{,}9\%$

gebouwde omgeving $\frac{21{,}6}{164{,}6} \cdot 360° \approx 47°$

$\frac{21{,}6}{164{,}6} \cdot 100\% \approx 13{,}1\%$



b In 2019 werd 164,6 + 16 = 180,6 megaton CO_2 uitgestoten.

In 2020 was dat $\frac{16}{180,6} \cdot 100\% \approx 8,9\%$ minder.

c Er kwam $0,368 \cdot 30,7 = 11,29\ldots$ megaton CO_2 voor rekening van het vrachtverkeer.

Dat was $\frac{11,29\ldots}{164,6} \cdot 100\% \approx 6,9\%$ van de uitgestoten hoeveelheid CO_2 in 2020.

L7 totaal = 66 + 44 + 22 + 5 = 137

camping $\frac{66}{137} \cdot 360° \approx 173°$

$\frac{66}{137} \cdot 100\% \approx 48,2\%$

huisje $\frac{44}{137} \cdot 360° \approx 116°$

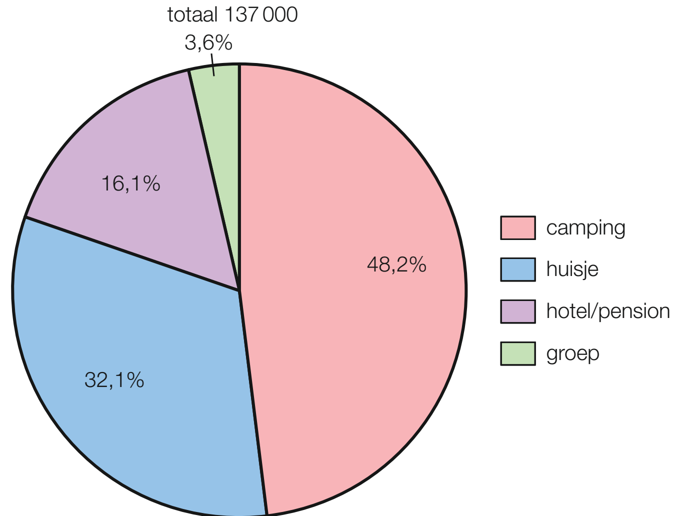
$\frac{44}{137} \cdot 100\% \approx 32,1\%$

hotel/pension $\frac{22}{137} \cdot 360° \approx 58°$

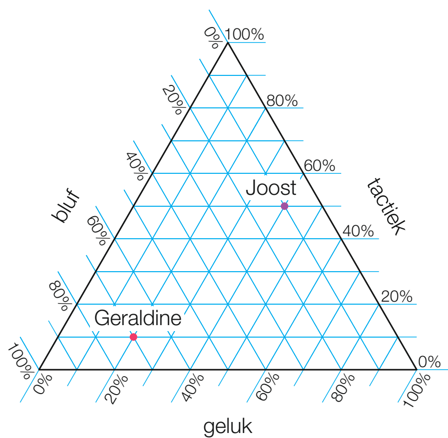
$\frac{22}{137} \cdot 100\% \approx 16,1\%$

groep $\frac{5}{137} \cdot 360° \approx 13°$

$\frac{5}{137} \cdot 100\% \approx 3,6\%$



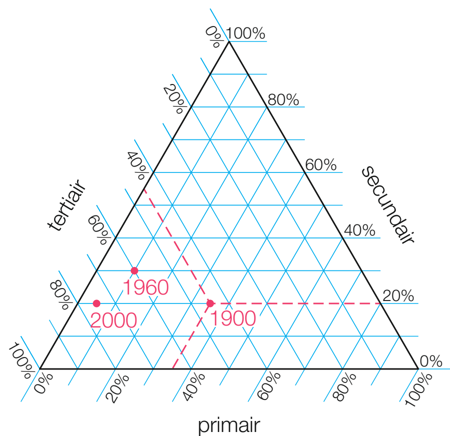
41 **a**



b *

Bladzijde 166

42

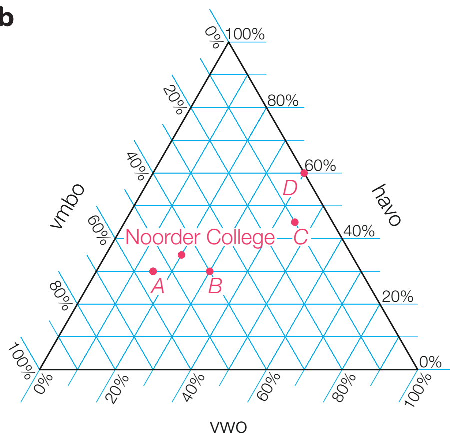


Bladzijde 167

43

	primair	secundair	tertiair
Tanzania	23%	29%	48%
Ghana	18%	25%	57%
Roemenië	4%	33%	63%
Tsjaad	52%	15%	33%
Hongkong	0%	8%	92%
Singapore	0%	25%	75%

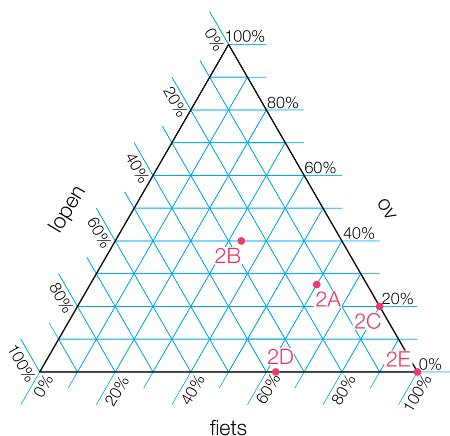
44 **a**, **b**



b Op het Noorder College zit $\frac{255}{1275} \cdot 100\% = 20\%$ op het vwo en $\frac{446}{1275} \cdot 100\% \approx 35{,}0\%$ op de havo.

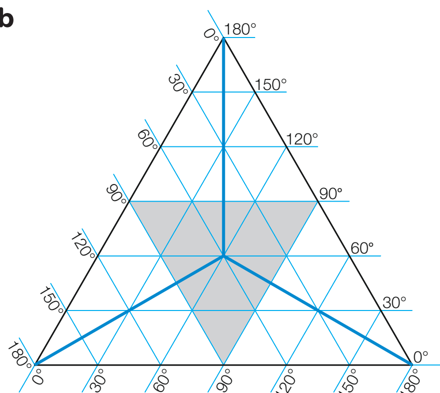
45

	fiets	ov	lopen
2A	60%	26,7%	13,3%
2B	33,3%	40%	26,7%
2C	80%	20%	0%
2D	62,5%	0%	37,5%
2E	100%	0%	0%

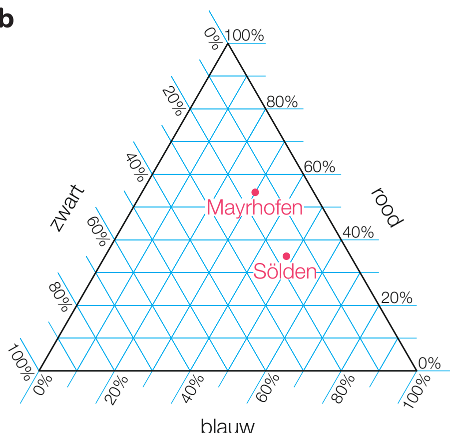


Bladzijde 168

46 **a, b**



L8 **a, b**



b In Mayrhofen is er in totaal 58 + 105 + 30 = 193 km piste.
Dus $\frac{58}{193} \cdot 100\% \approx 30{,}1\%$ blauw, $\frac{105}{193} \cdot 100\% \approx 54{,}4\%$ rood en $\frac{30}{193} \cdot 100\% \approx 15{,}5\%$ zwart.

4.4 Histogram

Bladzijde 169

47 **a** De leeftijden 12, 13, 14 en 15 komen voor.
b De leeftijd 13 komt het meest voor.
c LEEFTIJDEN KLAS V2D

leeftijd	12	13	14	15
aantal	5	13	5	1

d Er zijn in totaal 5 + 13 + 5 + 1 = 24 leerlingen.
$\frac{5}{24} \cdot 100\% \approx 20{,}8\%$ van de leerlingen is 12 jaar.
e Omdat elke waarde maar één keer voorkomt, zou in de tabel bij ‘aantal’ telkens 1 komen te staan. Je krijgt dan een hele brede tabel.

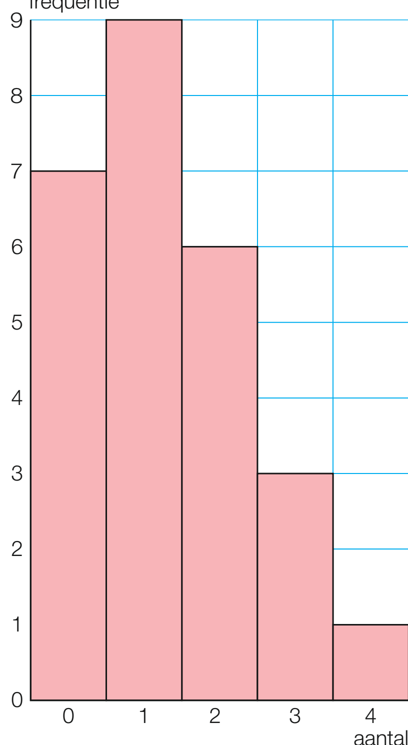
Bladzijde 170

48 **a** Dat betekent dat er geen wedstrijden waren met 0, 1, 2 of 7 hoekschoppen.
b Bij elke wedstrijd hoort één waarnemingsgetal en in de rij ‘frequentie’ zie je hoe vaak elk waarnemingsgetal voorkomt.
Dus het aantal wedstrijden is gelijk aan de som van de frequenties, oftewel 4 + 6 + 2 + 5 + 1 = 18.
c Bij aantal 3 hoort frequentie 4, dus in 4 wedstrijden was het aantal hoekschoppen 3. Dat zijn $4 \cdot 3$ hoekschoppen.
Bij aantal 4 hoort frequentie 6, bij aantal 5 hoort frequentie 2, enzovoort.
Dus het totale aantal hoekschoppen is gelijk aan de som van elk aantal vermenigvuldigd met de bijbehorende frequentie, oftewel $4 \cdot 3 + 6 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 1 \cdot 8 = 84$.

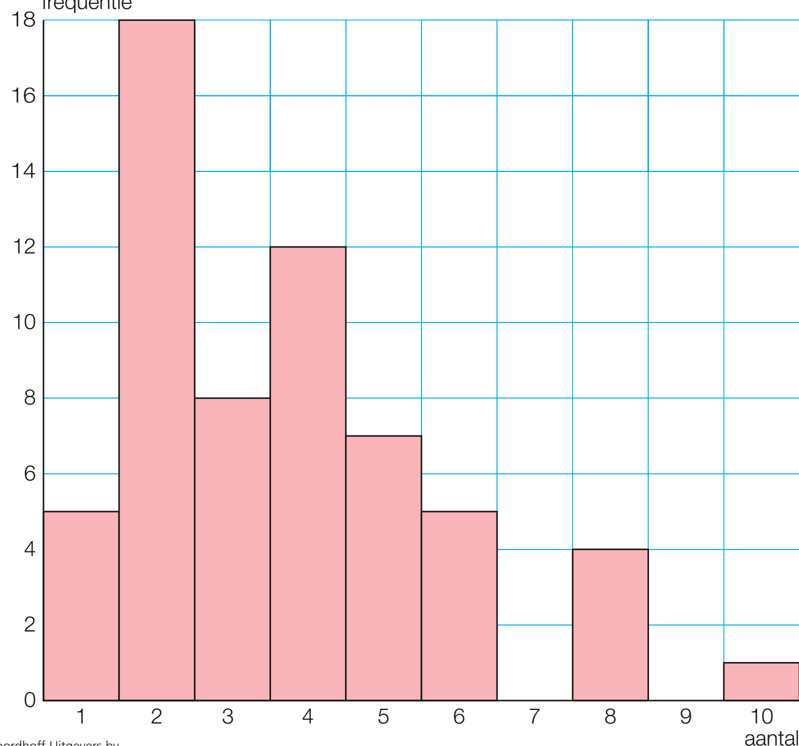
49 **a**

aantal	0	1	2	3	4
frequentie	7	9	6	3	1

b Peerenboom was op 7 + 9 + 6 + 3 + 1 = 26 dagen in mei open.
c Op $\frac{7}{26} \cdot 100\% \approx 26{,}9\%$ van de dagen werden er geen fietsen verkocht.
d



50 **a** Dat betekent dat het 12 keer is voorgekomen dat er een reservering voor vier personen is gemaakt.
b Er waren in totaal 5 + 18 + 8 + 12 + 7 + 5 + 4 + 1 = 60 reserveringen.
c In totaal werd er voor
$5 \cdot 1 + 18 \cdot 2 + 8 \cdot 3 + 12 \cdot 4 + 7 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 4 \cdot 8 + 1 \cdot 10 = 220$ personen gereserveerd.
d Er werd 7 + 5 + 4 + 1 = 17 keer voor meer dan vier personen gereserveerd.
Dus bij $\frac{17}{60} \cdot 100\% \approx 28{,}3\%$ van de reserveringen.
e



Bladzijde 171

51 **a** Het is $1 + 2 + 1 = 4$ keer voorgekomen dat er meer dan acht auto's per minuut binnenreden.

b Het onderzoek duurde $9 + 5 + 7 + 5 + 8 + 10 + 6 + 4 + 3 + 1 + 2 + 1 = 61$ minuten.

c In totaal zijn er $9 \cdot 0 + 5 \cdot 1 + \ldots + 2 \cdot 10 + 1 \cdot 12 = 245$ auto's geteld.

d Het is $9 + 5 + 7 + 5 + 8 = 34$ keer voorgekomen dat er minder dan vijf auto's per minuut binnenkwamen. Dus in $\frac{34}{61} \cdot 100\% \approx 55{,}7\%$ van de tijd.

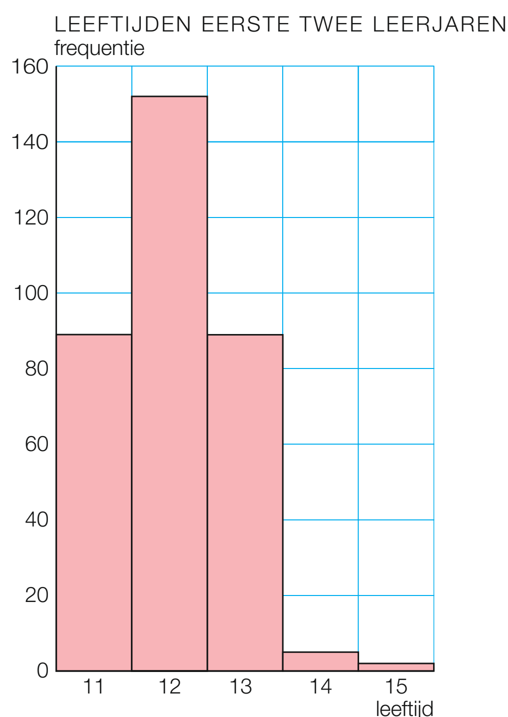
52 **a** $\frac{159}{888} \cdot 100\% \approx 17{,}9\%$ van de leerlingen zit in het tweede leerjaar.

b $\frac{169}{888} \cdot 100\% \approx 19{,}0\%$ van de leerlingen is 13 jaar.

c $\frac{77}{159} \cdot 100\% \approx 48{,}4\%$ van de leerlingen in het tweede leerjaar is 13 jaar.

d Bij de eerste twee leerjaren hoort de volgende frequentietabel.

leeftijd	11	12	13	14	15
frequentie	89	153	89	5	2



e eerste leerjaar $\frac{12}{169} \cdot 360° \approx 26°$

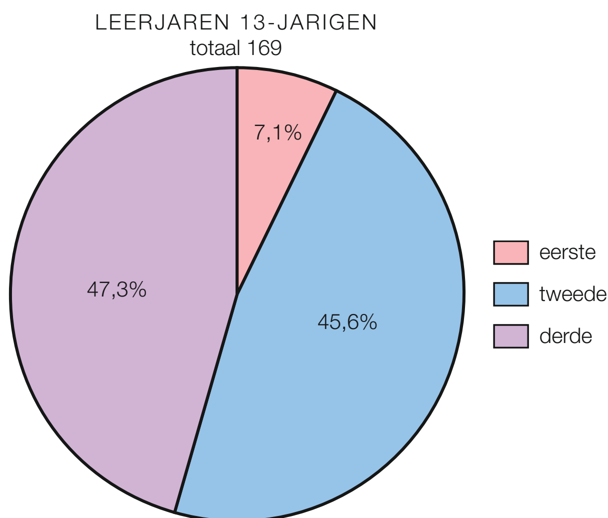
$\frac{12}{169} \cdot 100\% \approx 7{,}1\%$

tweede leerjaar $\frac{77}{169} \cdot 360° \approx 164°$

$\frac{77}{169} \cdot 100\% \approx 45{,}6\%$

derde leerjaar $\frac{80}{169} \cdot 360° \approx 170°$

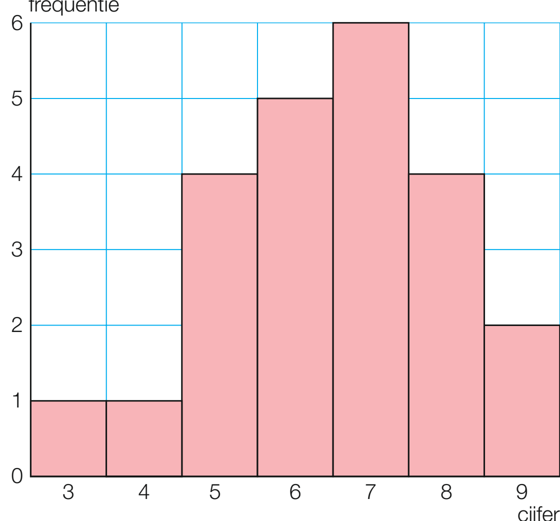
$\frac{80}{169} \cdot 100\% \approx 47{,}3\%$



L9 **a**

cijfer	3	4	5	6	7	8	9
frequentie	1	1	4	5	6	4	2

b



4.5 Centrummaten

Bladzijde 172

53 **a** Het gemiddelde bedrag per groep in klas V2b is $\frac{48 + 52 + 37 + 28 + 55}{5} = 44$ euro.

b Het gemiddelde bedrag per groep in klas V2c is $\frac{8 + 22 + 14 + 10 + 256}{5} = 62$ euro.

c Er is van klas V2c maar één groep die het beter heeft gedaan dan de groepen van klas V2b. Dus over het algemeen hebben de groepen van klas V2b het beter gedaan dan de groepen van klas V2c.

Bladzijde 174

54 gemiddelde $= \frac{10 + 21 + 13 + 17 + 16 + 8 + 13 + 16 + 14 + 19 + 16 + 13 + 15 + 11 + 16}{15} \approx 14{,}5$

8 10 11 13 13 13 14 15 16 16 16 16 17 19 21
mediaan = 15
modus = 16

55 **a** gemiddelde $= \frac{38 + 39 + 41 + 39 + 38 + 43 + 39 + 43 + 39 + 41 + 42 + 41 + 40 + 43 + 39 + 39}{16} \approx 40{,}3$

b 38 38 39 39 39 39 39 39 40 41 41 41 42 43 43 43

mediaan $= \frac{39 + 40}{2} = 39{,}5$

modus = 39

c De modus geeft de nuttigste informatie, want dat is de meest verkochte maat.

56 **a** gemiddelde $= \frac{6 + 9 + 12 + 12 + 14 + 15 + 16 + 16 + 16 + 18}{10} = 13{,}4$

mediaan $= \frac{14 + 15}{2} = 14{,}5$

modus = 16

b Annet heeft een score van 15 of hoger.

c De score van Annet is hoger dan het oude gemiddelde, dus het gemiddelde wordt hoger.

57 **a** gemiddelde $= \frac{12 + 12 + 13 + 13 + 13 + 14 + 14 + 15 + 15 + 16}{10} = 13{,}7$ jaar

b team A: mediaan $= \frac{13 + 14}{2} = 13{,}5$ jaar

team B: mediaan = 14 jaar
Dus in team B is de mediaan van de leeftijden groter.

c De modus van alle leeftijden samen is 14 jaar.

58 Ze hebben in de eerste week in totaal $12 \cdot 80 = 960$ euro opgehaald.
Gedurende de hele kerstvakantie hebben ze $960 + 1080 = 2040$ euro opgehaald.
Dat is gemiddeld $\frac{2040}{12} = 170$ euro per persoon.

Alternatieve uitwerking
In de tweede week hebben ze gemiddeld $\frac{1080}{12} = 90$ euro per persoon opgehaald.
Dus gedurende de hele kerstvakantie is dat gemiddeld $80 + 90 = 170$ euro per persoon.

59 Het is een rijtje van 7 getallen, dus als de getallen in volgorde van grootte staan, is het vierde getal de mediaan.
Er zijn al drie getallen kleiner dan 12, dus x mag niet kleiner dan 12 zijn.
Dus x is 12 of groter.

Bladzijde 175

60 Ricardo sprong bij zijn een-na-laatste sprong 5 cm verder dan zijn gemiddelde en daarmee ging zijn gemiddelde met 1 cm omhoog. Dus dat was zijn vijfde sprong.
Bij zijn zesde sprong moet zijn gemiddelde weer met 1 cm omhoog, dus moet hij bij die sprong 6 cm verder dan zijn gemiddelde springen.
Dus Ricardo moet 3,87 meter springen.

61 **a** Het gemiddelde geeft de beste indruk, want zowel de mediaan als de modus is 6 en daaruit blijkt niet dat Jan ook hoger dan een 6 heeft gehaald.
Bovendien krijg je meestal een gemiddeld cijfer op je rapport.

b De modus geeft de beste indruk, want dat aantal minuten pauze kreeg de meeste stemmen.

c De mediaan geeft de beste indruk, want er is geen modus en € 13 000 is een uitschieter en dan geeft het gemiddelde geen goede indruk.

L10 gemiddelde $= \frac{5 + 1{,}50 + 6{,}50 + 3{,}50 + 5 + 6 + 4 + 2 + 5{,}50 + 3 + 4 + 5}{12} = 4{,}25$ euro

1,50 2 3 3,5 4 4 5 5 5 5,50 6 6,50

mediaan $= \frac{4 + 5}{2} = 4{,}50$ euro

modus = 5 euro

62 **a** Er zitten $7 + 10 + 5 + 3 + 2 + 1 = 28$ leerlingen in V2A.

b De leerlingen van V2A hebben samen
$7 \cdot 0 + 10 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 1 \cdot 5 = 42$ huisdieren.

c gemiddelde $= \frac{42}{28} = 1{,}5$

Bladzijde 177

63 **a** Op $10 + 4 + 1 + 1 = 16$ dagen was de windkracht om 12:00 groter dan het gemiddelde. Dus op $\frac{16}{30} \cdot 100\% \approx 53{,}3\%$.

b Omdat het waarnemingsgetal 4 de grootste frequentie heeft.

64 **a** De totale frequentie is 11 + 15 + 5 + 4 + 1 = 36, dus Sjoerd heeft 36 weken bijgehouden hoe vaak de bus te laat kwam.

b De som van de waarnemingsgetallen is $11 \cdot 0 + 15 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + 1 \cdot 4 = 41$, dus de bus kwam in totaal 41 keer te laat.

c gemiddelde $= \frac{41}{36} \approx 1{,}14$

d relatieve frequentie $= \frac{4}{36} \cdot 100\% \approx 11{,}1\%$

e De bus kwam in 11 + 15 = 26 weken minder dan twee keer te laat.
Dus in $\frac{26}{36} \cdot 100\% \approx 72{,}2\%$.

65 **a** totale frequentie = 5 + 7 + 13 + 21 + 18 + 26 + 5 + 11 + 14 = 120
som van de waarnemingsgetallen $= 5 \cdot 18 + 7 \cdot 19 + \ldots + 11 \cdot 25 + 14 \cdot 26 = 2677$
gemiddelde $= \frac{2677}{120} \approx 22{,}3$

b Op 5 + 7 = 12 percelen was het aantal paddenstoelen minder dan 20.
Dus op $\frac{12}{120} \cdot 100\% = 10\%$.

c Er is geteld op 120 percelen van een are. Dus de oppervlakte van het natuurgebied waarop paddenstoelen zijn geteld, is 1,2 ha.

Bladzijde 178

66 **a** totale frequentie = 1 + 2 + 2 + 1 + 3 + 5 + 2 + 9 + 2 + 1 + 1 = 29
som van de waarnemingsgetallen $= 1 \cdot 0 + 2 \cdot 2 + \ldots + 1 \cdot 10 + 1 \cdot 12 = 185$
gemiddelde $= \frac{185}{29} \approx 6{,}4$

b relatieve frequentie $= \frac{9}{29} \cdot 100\% \approx 31{,}0\%$

c Gemiddeld per leerling is er $\frac{6{,}4}{2} = 3{,}2$ punten aftrek.
Dus het gemiddelde cijfer is 10 − 3,2 = 6,8.

d Een 6 of hoger betekent maximaal 4 punten aftrek, oftewel maximaal 8 fouten.
1 + 2 + 2 + 1 + 3 + 5 + 2 + 9 = 25 leerlingen hebben maximaal 8 fouten.
Dus $\frac{25}{29} \cdot 100\% \approx 86{,}2\%$ van de leerlingen had een 6 of hoger.

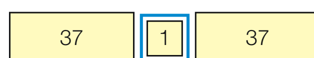
67 Het gemiddelde cijfer is een 7, dus de leerlingen hebben gemiddeld 6 fouten gemaakt.
Er zijn 29 + 3 = 32 leerlingen, dus ze hebben in totaal $32 \cdot 6 = 192$ fouten gemaakt.
Dat is 192 − 185 = 7 fouten meer dan eerst.
Twee van de inhalers hebben een 9, dus zij hebben allebei 2 fouten gemaakt.
De derde inhaler heeft dus $7 - 2 \cdot 2 = 3$ fouten gemaakt.
Dus het cijfer van de derde inhaler is een 8,5.

Bladzijde 179

68 totale frequentie = 42 + 1 = 43
mediaan = 22^e getal = 3

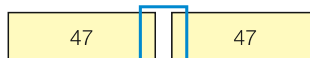
69

75 waarnemingsgetallen



mediaan = 38^e getal

94 waarnemingsgetallen



mediaan $= \frac{47^e + 48^e \text{ getal}}{2}$

Bladzijde 180

70 **a** totale frequentie = 12 + 1 + 8 + 2 + 3 + 2 + 1 + 1 = 30
som van de waarnemingsgetallen = $12 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + \ldots + 1 \cdot 8 + 1 \cdot 12 = 65$
gemiddelde $= \frac{65}{30} \approx 2{,}2$ dagen

b mediaan $= \frac{15^e + 16^e \text{ getal}}{2} = \frac{2+2}{2} = 2$ dagen
modus = 0 dagen

71 **a** totale frequentie = 19 + 26 + 41 + 3 = 89
som van de waarnemingsgetallen = $19 \cdot 100 + 26 \cdot 200 + 41 \cdot 330 + 3 \cdot 500 = 22\,130$
gemiddelde $= \frac{22\,130}{89} \approx 248{,}7$ ml
mediaan = 45^e getal = 200 ml
modus = 330 ml

b De modus zal de keuze van de kantinebeheerder bepalen, want dat is de voorkeur van de meeste mensen.

72 **a** totale frequentie = 58 + 33 + 16 + 21 + 9 + 13 = 150
som van de waarnemingsgetallen = $58 \cdot 1 + 33 \cdot 2 + 16 \cdot 3 + 21 \cdot 4 + 9 \cdot 5 + 13 \cdot 6 = 379$
gemiddelde $= \frac{379}{150} \approx 2{,}53$

b mediaan $= \frac{75^e + 76^e \text{ getal}}{2} = \frac{2+2}{2} = 2$

c modus = 1, dus de relatieve frequentie van de modus is $\frac{58}{150} \cdot 100\% \approx 38{,}7\%$.

d In 21 + 9 + 13 = 43 auto's zaten meer dan 3 personen. Dus in $\frac{43}{150} \cdot 100\% \approx 28{,}7\%$.

e Als je samen met nog vijf anderen in de auto zit, dan ben je met zes inzittenden.
Er waren 13 auto's met 6 inzittenden, dat zijn $13 \cdot 6 = 78$ personen.
Het gevraagde percentage is $\frac{78}{379} \cdot 100\% \approx 20{,}6\%$.

Bladzijde 181

73 **a** totale frequentie = 3 + 6 + 4 + 3 + 2 = 18
mediaan $= \frac{9^e + 10^e \text{ getal}}{2} = \frac{1+2}{2} = 1{,}5$
modus = 1

b $\frac{3}{18} \cdot 100\% \approx 16{,}7\%$ van de clubs scoorde niet.

c Er speelden 18 clubs tegen elkaar, dus ze speelden 9 wedstrijden.
som van de waarnemingsgetallen = $3 \cdot 0 + 6 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 5 = 33$
gemiddelde $= \frac{33}{9} \approx 3{,}7$

74 **a** Het waarnemingsgetal 10 heeft de frequentie 12. Dus als 10 de modus is, dan moet x kleiner dan 12 zijn. Dus x kan het getal 0, 1, 2, …, 9, 10 of 11 zijn.

b Het 9^e tot en met 20^e waarnemingsgetal is een 10. Als 10 de mediaan is, dan moet de totale frequentie dus minimaal 17 en maximaal 39 zijn.
De totale frequentie zonder x is 5 + 3 + 12 + 5 + 2 + 7 = 34, dus x is maximaal 39 − 34 = 5. Dus x kan het getal 0, 1, 2, 3, 4 of 5 zijn.

c Als x gelijk is aan 0, dan krijg je het volgende.
som van de waarnemingsgetallen = $5 \cdot 8 + 3 \cdot 9 + \ldots + 2 \cdot 13 + 7 \cdot 14 = 371$
gemiddelde $= \frac{371}{34} \approx 10{,}9$
Voor $x = 0$ is het gemiddelde al groter dan 10. Als x groter is dan 0 is het gemiddelde nog groter. Dus er is geen x waarbij het gemiddelde 10 is.

75 De totale frequentie moet 61 zijn, dus $x + y = 61 - 7 - 3 - 1 - 1 = 49$. En omdat de modus 5 is, moet y de grootste frequentie zijn. Dus y is minstens 25 en dus is x hoogstens 24.
De mediaan is het 31^e^ getal en de mediaan is 1, daaruit volgt dat x minstens 24 is.
Dus de enige mogelijkheid is $x = 24$ en $y = 25$.
som van de waarnemingsgetallen $= 24 \cdot 0 + 7 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 25 \cdot 5 + 1 \cdot 6 = 147$

gemiddelde $= \frac{147}{61} \approx 2{,}4$

L11 totale frequentie $= 2 + 5 + 12 + 8 + 2 + 1 = 30$
som van de waarnemingsgetallen $= 2 \cdot 4 + 5 \cdot 5 + 12 \cdot 6 + 8 \cdot 7 + 2 \cdot 8 + 1 \cdot 9 = 186$

gemiddelde $= \frac{186}{30} = 6{,}2$

mediaan $= \frac{15^e + 16^e \text{ getal}}{2} = \frac{6+6}{2} = 6$

modus = 6

Gemengde opgaven

Bladzijde 182

1 **a** Het verschil in aantal bezoeken was het grootst tussen 2019 en 2020.
Het verschil was 341 000 − 311 000 = 30 000.

b $\frac{333\,000 - 317\,000}{317\,000} \cdot 100\% \approx 5{,}0\%$

De procentuele toename is 5,0%.

c $\frac{301\,000 - 329\,000}{329\,000} \cdot 100\% \approx -8{,}5\%$

De procentuele afname is 8,5%.

d totaal aantal bezoeken = 326 000 + 329 000 + 301 000 + 308 000 + 307 000 + 317 000 + 333 000 + 341 000 + 311 000 = 3 174 000

gemiddelde $= \frac{3\,174\,000}{10} = 317\,400$

In 4 jaren werden de SEH's vaker bezocht. Dus in $\frac{4}{10} \cdot 100\% = 40\%$.

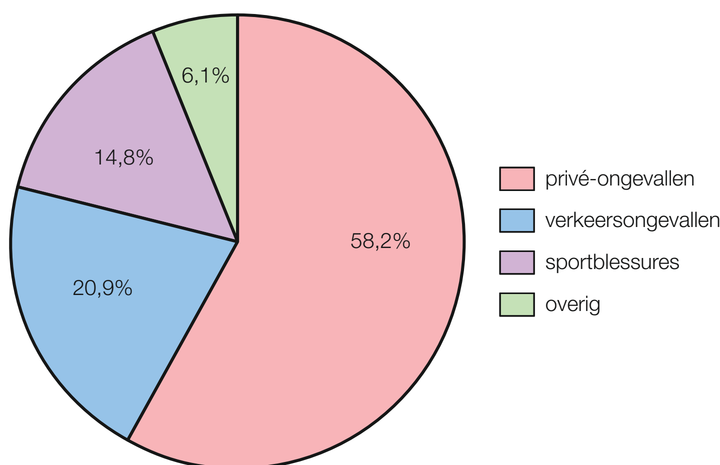
e totaal = 311
overig = 311 − 181 − 65 − 46 = 19

privé-ongevallen $\frac{181}{311} \cdot 360° \approx 210°$
$\frac{181}{311} \cdot 100\% \approx 58{,}2\%$

verkeersongevallen $\frac{65}{311} \cdot 360° \approx 75°$
$\frac{65}{311} \cdot 100\% \approx 20{,}9\%$

sportblessures $\frac{46}{311} \cdot 360° \approx 53°$
$\frac{46}{311} \cdot 100\% \approx 14{,}8\%$

overig $\frac{19}{311} \cdot 360° \approx 22°$
$\frac{19}{311} \cdot 100\% \approx 6{,}1\%$



2 **a** Het totaal is 30 dagen.

$\text{mediaan} = \dfrac{15^e + 16^e \text{ getal}}{2} = \dfrac{2+2}{2} = 2$

b De modus is 1.
De relatieve frequentie van de modus is $\frac{7}{30} \cdot 100\% \approx 23{,}3\%$.

c som van de waarnemingsgetallen $= 6 \cdot 0 + 7 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 1 \cdot 7 = 65$

$\text{gemiddelde} = \dfrac{65}{30} \approx 2{,}2$

d In totaal zijn er $30 \cdot 25 = 750$ pakken gecontroleerd.
Hiervan bevatte $\frac{65}{750} \cdot 100\% \approx 8{,}7\%$ te weinig wasmiddel.

Bladzijde 183

3 **a** $\dfrac{197\,100 - 138\,300}{138\,300} \cdot 100\% \approx 42{,}5\%$

De relatieve toename van het aantal elektrische personenauto's is 42,5%.

$\dfrac{8\,678\,000 - 8\,531\,000}{8\,531\,000} \cdot 100\% \approx 1{,}7\%$

De relatieve toename van het aantal personenauto's is 1,7%.
Dus de relatieve toename van het aantal elektrische personenauto's is groter dan die van het aantal personenauto's.

b Op 1 januari 2021 waren er $1{,}0134 \cdot 8\,678\,000 \approx 8\,794\,285$ personenauto's.
Op 1 januari 2021 waren er $1{,}387 \cdot 197\,100 \approx 273\,378$ elektrische personenauto's.
Op 1 januari 2021 was $\frac{273\,378}{8\,794\,285} \cdot 100\% \approx 3{,}1\%$ van de personenauto's elektrisch.

c Op 1 januari 2019 was het aantal niet-elektrische personenauto's $8\,531\,000 - 138\,300 = 8\,392\,700$.
Op 1 januari 2021 was dat $8\,794\,285 - 273\,378 = 8\,520\,907$.
Dus het aantal niet-elektrische personenauto's is toegenomen.

De toename is $\dfrac{8\,520\,907 - 8\,392\,700}{8\,392\,700} \cdot 100\% \approx 1{,}5\%$.

4 **a** Bij de sector Brazilië hoort een hoek van $0{,}313 \cdot 360° \approx 113°$.

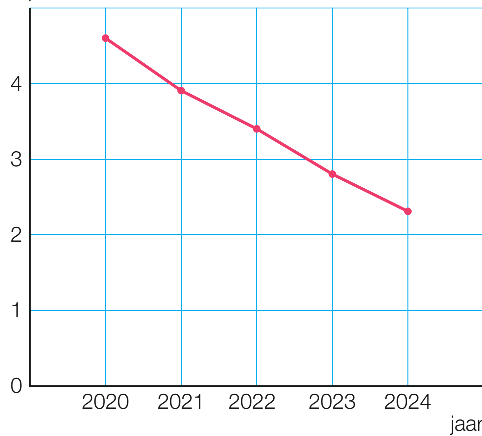
b Uit Vietnam werd $0{,}215 \cdot 3 = 0{,}645$ miljoen ton koffie geïmporteerd.
Uit Honduras was dat $0{,}072 \cdot 3 = 0{,}216$ miljoen ton.
Dat is $0{,}645 - 0{,}216 = 0{,}429$ miljoen ton meer, oftewel 429 000 ton.

c Uit India kwam $\frac{13°}{360°} \cdot 3 = 0{,}10833\ldots$ miljoen ton koffie, oftewel ongeveer 108 300 ton.

d Uit India kwam $\frac{13°}{360°} \cdot 100\% = 3{,}6\ldots\%$.

Bij 'overig' hoort een percentage van
$100\% - 31{,}3\% - 21{,}5\% - 7{,}2\% - 5{,}6\% - 5{,}2\% - 3{,}6\ldots\% = 25{,}5\ldots\%$.
Dat komt overeen met $0{,}255\ldots \cdot 3 = 0{,}767\ldots$ miljoen ton koffie.
Dus uit Ethiopië kwam $0{,}102 \cdot 0{,}767\ldots = 0{,}07830\ldots$ miljoen ton koffie, oftewel ongeveer 78 300 ton koffie.

5 **a**



b Het gaat hier om een procentuele toename die afneemt, dus meneer Zegers gaat juist steeds meer verdienden, maar procentueel neemt die toename wel af.

c In 2021 verdiende hij $1{,}039 \cdot 3500 = 3636{,}50$ euro per maand.
In 2022 verdiende hij $1{,}034 \cdot 3636{,}50 \approx 3760{,}14$ euro per maand.
In 2023 verdiende hij $1{,}028 \cdot 3760{,}14 \approx 3865{,}42$ euro per maand.
In 2024 verdiende hij $1{,}023 \cdot 3865{,}42 \approx 3954{,}32$ euro per maand.
Dat is $\frac{3954{,}32 - 3500}{3500} \cdot 100\% \approx 13{,}0\%$ meer dan in 2020.

Alternatieve uitwerking
$1{,}039 \cdot 1{,}034 \cdot 1{,}028 \cdot 1{,}023 = 1{,}1298\ldots$, dat is een toename van ongeveer 13,0%.
In 2024 verdiende hij $1{,}1298\ldots \cdot 3500 \approx 3954{,}33$ euro per maand.

d Omdat je van 2019 naar 2020 vermenigvuldigt met 1,046, moet je van 2020 naar 2019 delen door 1,046.
Dus in 2019 verdiende hij $\frac{3500}{1{,}046} \approx 3346{,}08$ euro per maand.

Alternatieve uitwerking
Dit klopt niet omdat $1{,}046 \cdot 3339 \approx 3492{,}59$ euro, en dat is niet gelijk aan 3500 euro.

Diagnostische toets

Bladzijde 186

1 **a** Een week later worden er $1{,}214 \cdot 28 \approx 34$ spijkerbroeken verkocht.
b Hij moet deze week $0{,}815 \cdot 125{,}65 \approx 102{,}40$ euro betalen.

2 Het nakijken kost hem $1{,}25 \cdot 2{,}6 = 3{,}25$ uur.
Dat is 3 uur en $0{,}25 \cdot 60 = 15$ minuten.

3 **a** $\frac{476\,000 - 457\,000}{457\,000} \cdot 100\% \approx 4{,}2\%$
De procentuele toename is 4,2%.

b $\frac{569 - 584}{584} \cdot 100\% \approx -2{,}6\%$
De procentuele afname is 2,6%.

c In 2019 waren er gemiddeld $\frac{457\,000}{584} = 782{,}5\ldots$ melkgeiten per melkgeitenhouderij.
In 2020 waren er gemiddeld $\frac{476000}{569} = 836{,}5\ldots$ melkgeiten per melkgeitenhouderij.
$\frac{836{,}5\ldots - 782{,}5\ldots}{782{,}5} \cdot 100\% \approx 6{,}9\%$
De relatieve toename is 6,9%.

4 In 2020 was het aantal leden $0{,}928 \cdot 388 \approx 360$.
In 2021 was het aantal leden $1{,}056 \cdot 360 \approx 380$.
In 2022 was het aantal leden $1{,}016 \cdot 380 \approx 386$.
$\frac{386 - 388}{388} \cdot 100\% \approx -0{,}5\%$
Het aantal leden is met 0,5% afgenomen.

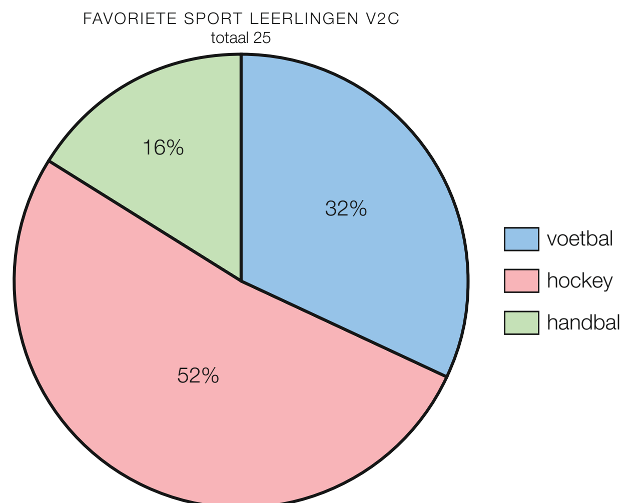
5 **a** In 2014, 2015 en 2019 werden er minder dan 40 miljoen boeken verkocht.
b Het verschil in aantal verkochte boeken was het grootst tussen 2013 en 2014.
Het verschil was $41{,}1 - 37{,}3 = 3{,}8$ miljoen.
c $\frac{41{,}2 - 44{,}7}{44{,}7} \cdot 100\% \approx -7{,}8\%$
Er werden 7,8% minder boeken verkocht.

Bladzijde 187

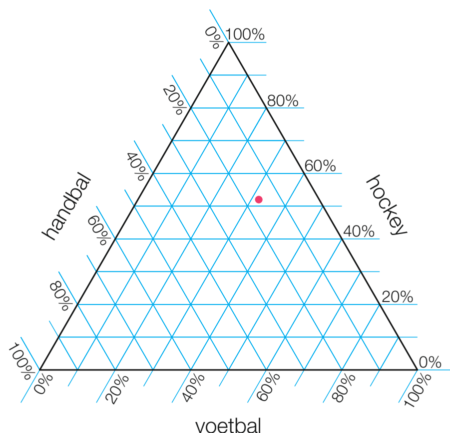
d In 2017 werden er $0{,}074 \cdot 41{,}2 = 3{,}0488$ miljoen e-books verkocht, dat zijn ongeveer 3 000 000 e-books.
e Uit het lijndiagram kun je niet aflezen hoeveel boeken er halverwege 2012 zijn verkocht. Je kunt wel aflezen dat er in totaal 44,7 miljoen boeken zijn verkocht in 2012. Dus het is zeer onwaarschijnlijk dat er halverwege 2012 al 42,9 miljoen boeken zijn verkocht.

6 totaal $= 8 + 13 + 4 = 25$

voetbal $\frac{8}{25} \cdot 360° \approx 115°$
$\frac{8}{25} \cdot 100\% = 32\%$
hockey $\frac{13}{25} \cdot 360° \approx 187°$
$\frac{13}{25} \cdot 100\% = 52\%$
handbal $\frac{4}{25} \cdot 360° \approx 58°$
$\frac{4}{25} \cdot 100\% = 16\%$



7 Voetbal is 32%, hockey is 52% en handbal is 16%, zie opgave 6.



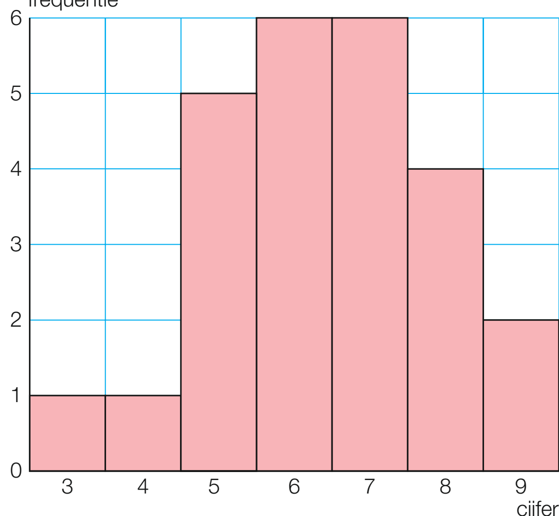
8 **a** In Frankrijk werd $0{,}08 \cdot 1\,900\,000 = 152\,000$ ton koffie gebrand.
b Bij Nederland hoort $100\% - 32\% - 30\% - 8\% - 7\% - 16\% = 7\%$.
Dus in Nederland werd $0{,}07 \cdot 1\,900\,000 = 133\,000$ ton koffie gebrand.
c In de overige landen werd $0{,}16 \cdot 1\,900\,000 = 304\,000$ ton koffie gebrand.
Dus in Zweden was dat $0{,}313 \cdot 304\,000 \approx 95\,000$ ton.

9 **a**

cijfer	3	4	5	6	7	8	9
frequentie	1	1	5	6	6	4	2

b In totaal zijn er 1 + 1 + 5 + 6 + 6 + 4 + 2 = 25 leerlingen, waarvan er 1 + 1 + 5 = 7 onvoldoende staan. Dat is $\frac{7}{25} \cdot 100\% = 28\%$.

c



10 gemiddelde $= \dfrac{70 + 82 + \ldots + 53 + 65}{15} \approx 69{,}9$ km

53 60 61 64 65 65 65 70 72 73 73 76 82 82 87
mediaan = 70 km
modus = 65 km

11 **a** totale frequentie = 1 + 8 + 12 + 15 + 5 + 1 = 42
som van de waarnemingsgetallen = $1 \cdot 0 + 8 \cdot 1 + 12 \cdot 2 + 15 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 1 \cdot 5 = 102$
gemiddelde $= \dfrac{102}{42} \approx 2{,}4$

b mediaan $= \dfrac{21^e + 22^e \text{ getal}}{2} = \dfrac{2+3}{2} = 2{,}5$

c modus = 3
relatieve frequentie $= \frac{15}{42} \cdot 100\% \approx 35{,}7\%$

Herhaling

Bladzijde 188

1 **a** Ella's nieuwe uurloon wordt $1{,}125 \cdot 3{,}20 = 3{,}60$ euro.
b De nieuwe prijs is $1{,}069 \cdot 1{,}45 \approx 1{,}55$ euro.
c SKV had in dat seizoen $1{,}059 \cdot 358 \approx 379$ jeugdspelers.

2 **a** De nieuwe prijs is $0{,}765 \cdot 239{,}95 \approx 183{,}56$ euro.
b De nieuwe prijs is $0{,}818 \cdot 68{,}75 \approx 56{,}24$ euro.
c Die dinsdagmorgen komen er $0{,}826 \cdot 23 \approx 19$ personen naar het spreekuur.

3 De terugweg duurt $1{,}20 \cdot 1{,}5 = 1{,}8$ uur.
Dat is 1 uur en $0{,}8 \cdot 60 = 48$ minuten.

4 **a** $\frac{39\,664 - 33\,440}{33\,440} \cdot 100\% \approx 18{,}6\%$

De procentuele toename is 18,6%.

b $\frac{20\,119 - 17\,272}{17\,272} \cdot 100\% \approx 16{,}5\%$

De procentuele toename is 16,5%.

c $\frac{199 - 190}{190} \cdot 100\% \approx 4{,}7\%$

De procentuele prijsstijging is 4,7%.

Bladzijde 189

5 **a** $\frac{31\,419 - 32\,155}{32\,155} \cdot 100\% \approx -2{,}3\%$

De procentuele afname is 2,3%.

b $\frac{433 - 518}{518} \cdot 100\% \approx -16{,}4\%$

De relatieve afname is 16,4%.

c $\frac{15 - 19{,}50}{19{,}50} \cdot 100\% \approx -23{,}1\%$

Je krijgt 23,1% korting.

6 **a** In 2021 moest Astrid per maand $1{,}024 \cdot 425 = 435{,}20$ euro huur betalen.

b In 2022 moest ze per maand $1{,}033 \cdot 435{,}20 \approx 449{,}56$ euro huur betalen.

c $\frac{449{,}56 - 425}{425} \cdot 100\% \approx 5{,}8\%$

De huur is 5,8% hoger.

7 **a** In 2021 was de inleg 10 miljoen euro.

b Het lijndiagram is daar het steilst.

$\frac{9{,}5 - 7{,}5}{7{,}5} \cdot 100\% \approx 26{,}7\%$

Die procentuele toename was 26,7%.

c $\frac{8{,}5 - 9{,}5}{9{,}5} \cdot 100\% \approx -10{,}5\%$

De inleg was 10,5% minder.

d De bank verwacht in 2023 een inleg van $0{,}92 \cdot 8{,}5 = 7{,}82$ miljoen euro.

e De inleg in 2016 was 7,5 miljoen euro. Het is daarom onmogelijk dat halverwege 2016 al 8,5 miljoen euro ingelegd is. Bovendien kun je uit het lijndiagram niet aflezen hoeveel de inleg halverwege 2016 was. Max heeft dus geen gelijk.

Bladzijde 190

8 **a** leerjaar 2 $\frac{80}{400} \cdot 360° = 72°$

$\frac{80}{400} \cdot 100\% = 20\%$

leerjaar 3 $\frac{92}{400} \cdot 360° \approx 83°$

$\frac{92}{400} \cdot 100\% = 23\%$

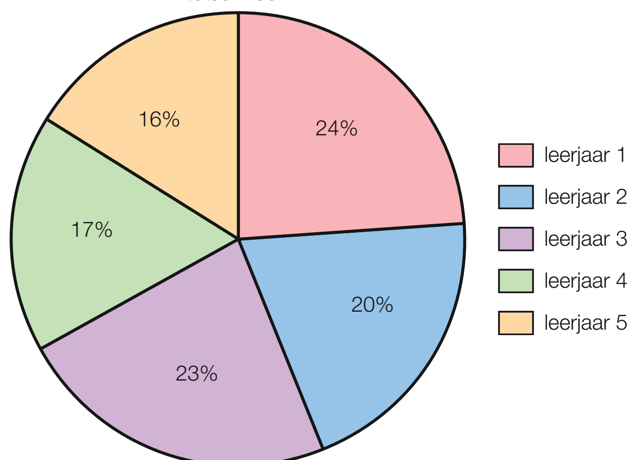
leerjaar 4 $\frac{68}{400} \cdot 360° \approx 61°$

$\frac{68}{400} \cdot 100\% = 17\%$

leerjaar 5 $\frac{64}{400} \cdot 360° \approx 58°$

$\frac{64}{400} \cdot 100\% = 16\%$

b, c Zie de figuur hiernaast.



9 **a** De totale kosten zijn 2 900 000 euro.
Hiervan ging 65% naar personeel.
Dat is 0,65 · 2 900 000 = 1 885 000 euro.

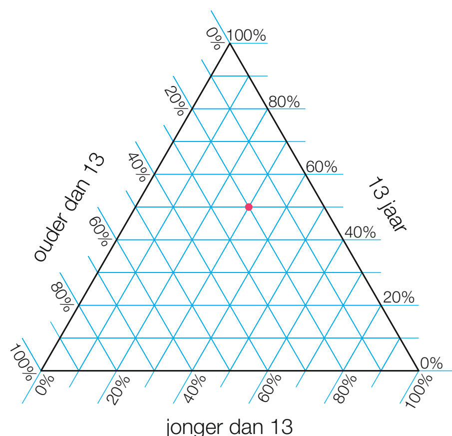
b Bij de sector communicatie hoort 100% − 65% − 8% − 7% − 3% = 17%.
Dus Constant is 0,17 · 2 900 000 = 493 000 euro kwijt aan communicatie.

c De reclamekosten waren 0,07 · 2 900 000 = 203 000 euro.
Dus aan tv-spotjes was Constant 0,425 · 203 000 = 86 275 euro kwijt.

10 **a** $\frac{9}{30} \cdot 100\% = 30\%$ van de leerlingen is jonger dan 13 jaar.

b $\frac{15}{30} \cdot 100\% = 50\%$ van de leerlingen is 13 jaar.

c



11 **a** Iris heeft in twee wedstrijden 5 keer gescoord. De frequentie van 5 is dus 2.

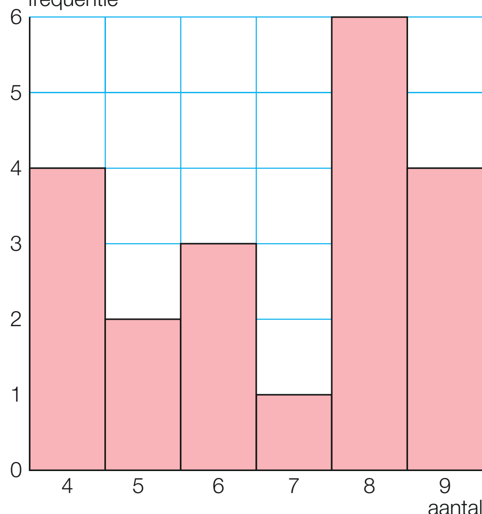
b DOELPUNTEN IRIS

aantal	4	5	6	7	8	9
frequentie	4	2	3	1	6	4

c In totaal speelde ze 4 + 2 + 3 + 1 + 6 + 4 = 20 wedstrijden, waarvan ze in 3 + 1 + 6 + 4 = 14 minstens zes keer scoorde.
Dat is in $\frac{14}{20} \cdot 100\% = 70\%$ van de wedstrijden.

Bladzijde 191

d DOELPUNTEN IRIS



12 **a** som van de waarnemingsgetallen = 5 + 7 + 5 + 5 + 3 + 8 + 7 + 6 + 9 + 10 + 12 = 77

gemiddelde = $\frac{77}{11} = 7$

b 3 5 5 5 6 7 7 8 9 10 12

mediaan = 7

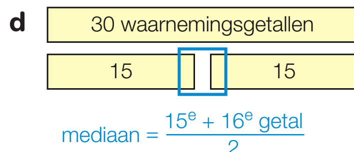
c modus = 5

13 **a** totale frequentie = 2 + 4 + 5 + 12 + 4 + 3 = 30

b totale aantal fietsen = $2 \cdot 0 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 12 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 3 \cdot 5 = 81$

c gemiddelde = $\frac{81}{30} = 2{,}7$

d



e Er zijn 2 + 4 + 5 = 11 waarnemingsgetallen die 0, 1 of 2 zijn. Daarna komt er twaalf keer een 3. Dus het 15ᵉ waarnemingsgetal is een 3.

Ook het 16ᵉ waarnemingsgetal is een 3, dus mediaan = $\frac{15^e + 16^e \text{ getal}}{2} = \frac{3+3}{2} = 3$.

f modus = 3

g relatieve frequentie = $\frac{5}{30} \cdot 100\% \approx 16{,}7\%$

Onderzoek **Data in Excel**

Bladzijde 192

1 Aan de getallen links in het scherm kun je zien dat de eerste leerling op rij 2 staat en de laatste leerling op rij 73.

2 **a** De grootste leerling is Roland.

De kleinste leerling is Dina.

b Sorteer op ‘afstand naar school in km’. Emma woont het verst van school.

c Sorteer op ‘lengte in cm’. Leerlingen in de top-10 van langste leerlingen zijn 171 cm of langer.

Sorteer op ‘aantal broers en zussen’. Ben heeft de meeste broers en zussen en hij is 166 cm lang.

Dus de leerling met de meeste broers en zussen staat niet in de top-10 van langste leerlingen.

3 **a** Twee leerlingen nemen de trein naar school.

b Filter de categorie ‘leeftijd’, zodat alleen leerlingen van 14 jaar overblijven.

Filter de categorie ‘jongen/meisje’, zodat alleen meisjes overblijven.

Er zijn 13 meisjes van 14 jaar. Dat is $\frac{13}{72} \cdot 100\% \approx 18{,}1\%$.

4 Filter de categorie ‘vervoer naar school’, zodat alleen leerlingen die de fiets nemen overblijven.

Sorteer op ‘afstand naar school in km’. Daan fietst de grootste afstand naar school.

Bladzijde 193

5 **a** Kies in het getalfilter voor ‘Groter dan’ en voer 175 in. Het zijn allemaal jongens.

b Filter de categorie ‘naam’ met het tekstfilter ‘Bevat’ en voer m in.

Filter de categorie ‘aantal broers en zussen’ met het getalfilter ‘Groter dan’ en voer 1 in.

Het zijn vier leerlingen.

6 **a** Ze kan dit bijvoorbeeld als volgt onderzoeken.
Filter de categorie ‘aantal uur huiswerk per week’, zodat alleen leerlingen die minstens 5 uur huiswerk maken overblijven.
Filter de categorie ‘rapportcijfer wiskunde’, zodat alleen leerlingen die minstens een 8 staan overblijven.
Vervolgens kun je bij ‘aantal keer sporten per week’ zien hoe sportief deze leerlingen zijn.
b Na het uitvoeren van de bovenstaande stappen zie je dat bijna de helft van deze leerlingen 4 of 5 keer per week sporten, dat zijn sportieve leerlingen.
Je kunt dus niet concluderen dat leerlingen die veel huiswerk maken en een hoog cijfer voor wiskunde hebben, over het algemeen niet sportief zijn.

7 **a** Gemiddelde: berekent het gemiddelde van de getallen in de kolom erboven.
Aantal: telt het aantal waarden in de kolom erboven.
Max: geeft het grootste van de getallen in de kolom erboven.
Min: geeft het kleinste van de getallen in de kolom erboven.
Som: berekent de som van de getallen in de kolom erboven.
b Kies de optie Gemiddelde in de totalenrij bij ‘lengte in cm’.
Het gemiddelde is ongeveer 159,8 cm.
c Kies de optie Som in de totalenrij bij ‘afstand naar school in km’.
De leerlingen leggen samen 544 km af om naar school te komen.

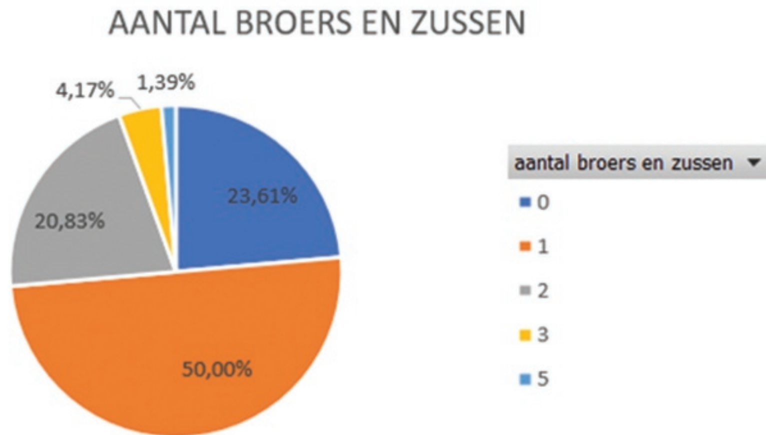
8 **a** Filter de categorie ‘vervoer naar school’, zodat alleen leerlingen die de fiets nemen overblijven.
Kies de optie Aantal in de totalenrij bij ‘vervoer naar school’.
37 leerlingen gaan fietsend naar school.
b Filter de categorie ‘jongen/meisje’, zodat alleen jongens overblijven.
Kies de optie Gemiddelde in de totalenrij bij ‘rapportcijfer wiskunde’ en ‘rapportcijfer Nederlands’.
De jongens hebben een gemiddeld rapportcijfer van ongeveer 5,8 voor wiskunde en ongeveer 6,0 voor Nederlands.
Filter de categorie ‘jongen/meisje’, zodat alleen meisjes overblijven.
De meisjes hebben een gemiddeld rapportcijfer van ongeveer 5,9 voor wiskunde en ongeveer 6,1 voor Nederlands.
Dus bij beide vakken scheelt het 0,1 punt.
c Filter de categorie ‘vervoer naar school’, zodat alleen leerlingen die de fiets nemen overblijven.
Kies de optie Gemiddelde in de totalenrij bij ‘aantal keer sporten per week’.
De leerlingen die naar school fietsen, sporten gemiddeld ongeveer 2,0 keer per week.
Filter de categorie ‘vervoer naar school’, zodat alleen leerlingen die de bus nemen overblijven.
De leerlingen die met de bus gaan sporten gemiddeld ongeveer 2,5 keer per week.
Dus de leerlingen die met de bus gaan sporten gemiddeld vaker per week.

9 Filter de categorie ‘rapportcijfer wiskunde’ met het getalfilter ‘Boven gemiddelde’.
Filter de categorie ‘rapportcijfer Nederlands’ met het getalfilter ‘Onder gemiddelde’.
Filter de categorie ‘jongen/meisje’, zodat alleen leerlingen die geen meisje zijn overblijven.
Kies de optie Aantal in de totalenrij bij ‘jongen/meisje’.
Er zijn 17 leerlingen die aan de eigenschappen voldoen. Dat is $\frac{17}{72} \cdot 100\% \approx 23{,}6\%$.

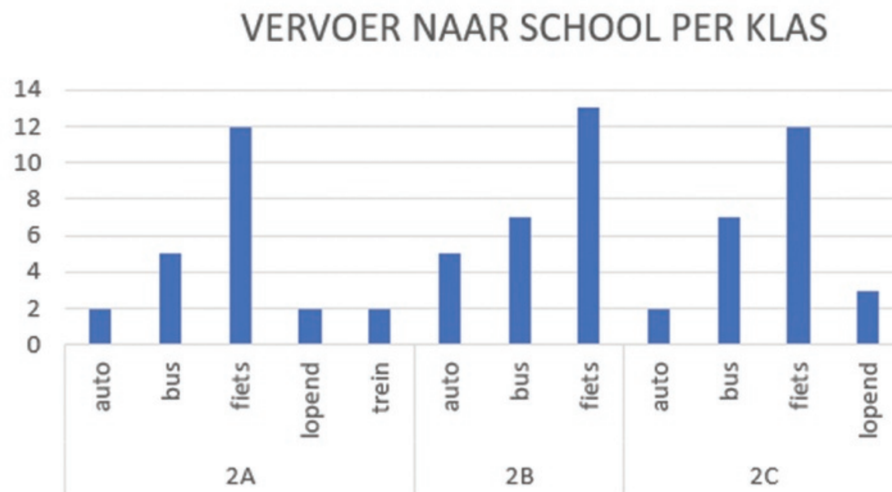
Bladzijde 195

10 **a**, **b**, **c** *

11 Als je net opgave 10 hebt gemaakt, vervang dan 'leeftijd' in het witte vlak onder 'Rijen' door 'aantal broers en zussen'. Het cirkeldiagram verandert dan mee. Geef het diagram een titel zoals hiernaast.

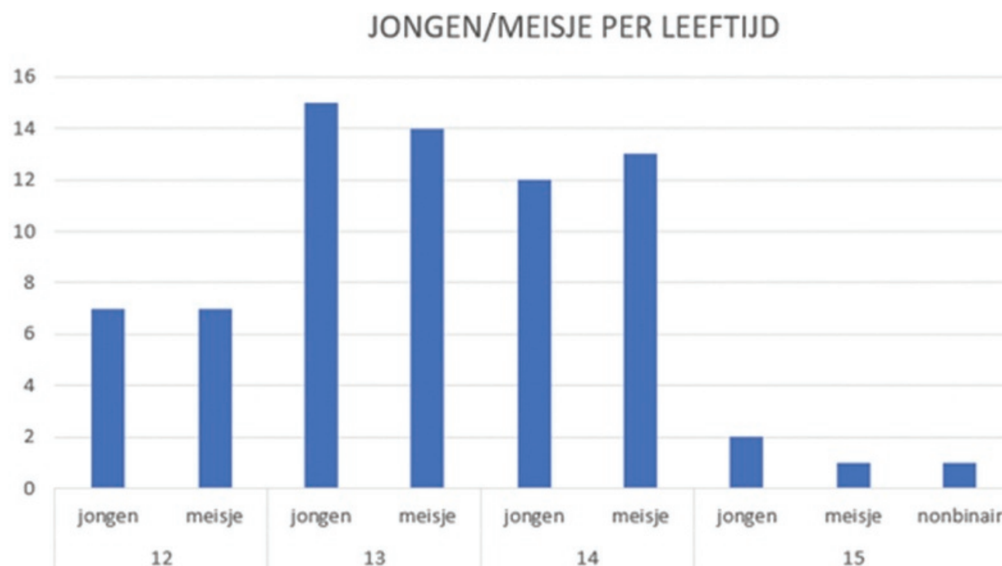


12 **a**, **b**, **c** *
d



e Bijvoorbeeld de volgende dingen.
In elke klas komen de meeste leerlingen met de fiets naar school.
Van de leerlingen die met de auto naar school komen, zitten de meeste in 2B.
In klas 2A komen de leerlingen op vijf verschillende manieren naar school.

13 Als je net opgave 12 hebt gemaakt, vervang dan 'klas' in het witte vlak onder 'Rijen' door 'leeftijd' en vervang 'vervoer naar school' door 'jongen/meisje'. Het staafdiagram verandert dan mee. Geef het diagram een titel zoals hieronder.



14 *

Algemene vaardigheden

Bladzijde 196

1 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, …
Het vijfde getal, het tiende getal, het vijftiende getal, … eindigt op een 4.
Dus eindigt ook het 400^e getal op een 4.

Bladzijde 197

2 $2^1 = 2$, $2^2 = 4$, $2^3 = 8$, $2^4 = 16$, $2^5 = 32$, $2^6 = 64$, …
De laatste cijfers zijn 2 – 4 – 8 – 6 – 2 – 4.
De regelmaat zit dus om de vier getallen.
Het laatste cijfer is dus gelijk bij 2^{80}, 2^{76}, …, 2^8 en 2^4.
Dus 2^{80} eindigt op een 6.

$4^1 = 4$, $4^2 = 16$, $4^3 = 64$, $4^4 = 256$, $4^5 = 1024$, $4^6 = 4096$, …
De laatste cijfers zijn 4 – 6 – 4 – 6 – 4 – 6.
De regelmaat zit dus om de twee getallen.
Het laatste cijfer is dus gelijk bij 4^{35}, 4^{33}, …, 4^3 en 4^1.
Dus 4^{35} eindigt op een 4.

$6^1 = 6$, $6^2 = 36$, $6^3 = 216$, $6^4 = 1296$, $6^5 = 7776$, $6^6 = 46\,656$, …
De laatste cijfers zijn 6 – 6 – 6 – 6 – 6 – 6.
De regelmaat is dus constant.
Dus 6^{78} eindigt op een 6.

$9^1 = 9$, $9^2 = 81$, $9^3 = 729$, $9^4 = 6561$, $9^5 = 59\,049$, $9^6 = 531\,441$, …
De laatste cijfers zijn 9 – 1 – 9 – 1 – 9 – 1.
De regelmaat zit dus om de twee getallen.
Het laatste cijfer is dus gelijk bij 9^{99}, 9^{97}, …, 9^3 en 9^1.
Dus 9^{99} eindigt op een 9.

3 **a** Dat kan op 3 manieren.
1 + 1 + 1 + 7
1 + 1 + 3 + 5
1 + 3 + 3 + 3

b Dat kan op 15 manieren.
1 + 1 + 1 + 17
1 + 1 + 3 + 15
1 + 1 + 5 + 13
1 + 1 + 7 + 11
1 + 1 + 9 + 9
1 + 3 + 3 + 13
1 + 3 + 5 + 11
1 + 3 + 7 + 9
1 + 5 + 5 + 9
1 + 5 + 7 + 7
3 + 3 + 3 + 11
3 + 3 + 5 + 9
3 + 3 + 7 + 7
3 + 5 + 5 + 7
5 + 5 + 5 + 5

c Dat kan op 11 manieren.
$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 13$
$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 3 + 11$
$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 5 + 9$
$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 7 + 7$
$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 3 + 3 + 9$
$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 3 + 5 + 7$
$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 5 + 5 + 5$
$1 + 1 + 1 + 1 + 3 + 3 + 3 + 7$
$1 + 1 + 1 + 1 + 3 + 3 + 5 + 5$
$1 + 1 + 1 + 3 + 3 + 3 + 3 + 5$
$1 + 1 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$

4 De getallen 1 tot en met 100 bestaan uit 50 even en 50 oneven getallen.
Er wordt dus gevraagd $1 + 3 + 5 + \ldots + 95 + 97 + 99$.
Deze som bestaat uit $1 + 99 = 100$, $3 + 97 = 100$, $5 + 95 = 100$, enzovoort.
Je krijgt zo 25 keer 100.
Dus $1 + 3 + 5 + \ldots + 95 + 97 + 99 = 25 \cdot 100 = 2500$.

5 Het eerste driehoeksgetal is 1.
Het tweede driehoeksgetal is $1 + 2 = 3$.
Het derde driehoeksgetal is $1 + 2 + 3 = 6$.
Het vierde driehoeksgetal is $1 + 2 + 3 + 4 = 10$.
Het vijfde driehoeksgetal is $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$.
En zo is het honderdste driehoeksgetal $1 + 2 + 3 + \ldots + 98 + 99 + 100$.
Deze som bestaat uit $1 + 100 = 101$, $2 + 99 = 101$, $3 + 98 = 101$, enzovoort.
Je krijgt zo 50 keer 101.
Dus het honderdste driehoeksgetal is $50 \cdot 101 = 5050$.

6 AB, AC, AD, AE, AF
BC, BD, BE, BF
CD, CE, CF
DE, DF
EF
Dus 15 lijnstukken.

Bladzijde 198

7 **a** Aantal vierkanten van $1 \cdot 1$ is $8^2 = 64$.
Aantal vierkanten van $2 \cdot 2$ is $7^2 = 49$.
Aantal vierkanten van $3 \cdot 3$ is $6^2 = 36$.
Aantal vierkanten van $4 \cdot 4$ is $5^2 = 25$.
Aantal vierkanten van $5 \cdot 5$ is $4^2 = 16$.
Aantal vierkanten van $6 \cdot 6$ is $3^2 = 9$.
Aantal vierkanten van $7 \cdot 7$ is $2^2 = 4$.
Aantal vierkanten van $8 \cdot 8$ is 1.
Dus $64 + 49 + 36 + 25 + 16 + 9 + 4 + 1 = 204$ vierkanten.

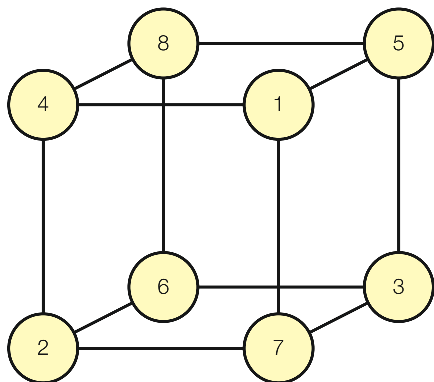
b Aantal kubussen van $1 \cdot 1 \cdot 1$ is $6^3 = 216$.
Aantal kubussen van $2 \cdot 2 \cdot 2$ is $5^3 = 125$.
Aantal kubussen van $3 \cdot 3 \cdot 3$ is $4^3 = 64$.
Aantal kubussen van $4 \cdot 4 \cdot 4$ is $3^3 = 27$.
Aantal kubussen van $5 \cdot 5 \cdot 5$ is $2^3 = 8$.
Aantal kubussen van $6 \cdot 6 \cdot 6$ is 1.
Dus $216 + 125 + 64 + 27 + 8 + 1 = 441$ kubussen.

8 De tiende figuur van de rij bestaat uit $2 \cdot (1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17) + 19 = 181$ vierkanten.

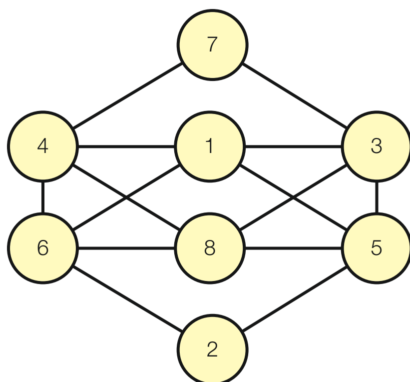
9 In een regelmatige twintighoek kun je vanuit een hoekpunt 17 diagonalen tekenen.
Je hebt 20 hoekpunten, dus zou je op deze manier $20 \cdot 17 = 340$ diagonalen verwachten.
Je tekent dan echter alle diagonalen dubbel.
De figuur heeft dus $\frac{20 \cdot 17}{2} = 170$ diagonalen.

Bladzijde 199

10



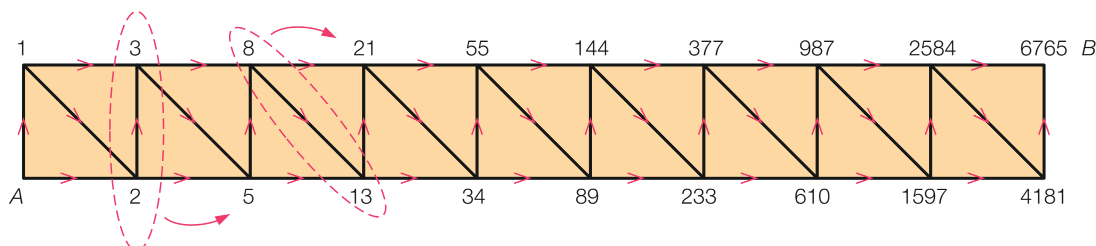
11



12 Je moet $37 - 1 = 36$ keer zagen.

13 Er zijn $17 + 37 + 1 = 55$ paaltjes nodig.

14



Je kunt vanuit A op 1 manier omhoog en op 2 manieren rechts uitkomen en je kunt vanuit A op $1 + 2 = 3$ manieren rechtsboven uitkomen. Door de getallen van twee hoekpunten op te tellen, bereken je het aantal mogelijkheden om in een volgend hoekpunt uit te komen. Zie ook de figuur hierboven.
Er zijn dus in totaal 6765 routes van A naar B.

Verantwoording

Beeld
Illustraties: Richard van de Pol, Tilburg
Technisch tekenwerk: Integra Software Services, India
Beeldresearch: B en U International Picture Service, Amsterdam
Cartografie: Van Oort redactie en kartografie, Almere

Colofon
Omslagontwerp: Shootmedia, Groningen
Ontwerp binnenwerk: Ebel Kuipers grafisch ontwerp, Sappemeer
Lay-out: Integra Software Services

Klimaatneutraal
Noordhoff vindt jouw toekomst belangrijk en daarom hebben wij dit boek klimaatneutraal geproduceerd.



0 / 23